Beiträge
zu einer regionalen Wachstumstheorie

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades einer
Hohen Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
(Wirtschaftswissenschaftliche Abteilung)
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vogelegt von
Diplom-Volkswirt Herbert Klimesch
aus Zwittau/Sudetenland

1966

1964

8519

Beiträge zu einer regionalen Wachstumstheorie

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung des Doktorgrades einer
Hohen Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
(Wirtschaftswissenschaftliche Abteilung)
der Eberhard Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von
Diplom-Volkswirt Herbert Klimesch
aus Zabrze/Oberschlesien

1966

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547607_0011

Beiträge
zu einer regionalen Wachstumstheorie

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades einer
Hohen Rechts- und Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
(Wirtschaftswissenschaftliche Abteilung)
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vogelegt von

Diplom-Volkswirt Herbert Klimesch

aus Zwittau/Sudetenland

1966

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK - LEIDEN -

Dekan: Professor Dr. Norbert Kloten
Erstberichterstatter: Professor Dr. Norbert Kloten
Zweitberichterstatter: Professor Dr. Karl Brandt
Tag der mündlichen Prüfung: 2.7.1964

Gedruckt mit Unterstützung des Kultusministeriums Baden-Württemberg

INHALTSVERZEICHNIS

		Seite
EINLEITUNG	.....	1
Erster Hauptteil INTERREGIONALE BEZIEHUNGEN	.....	5
I. SUCHE NACH EINER REGIONALTHEORIE ALS GRUNDLAGE DES POLITISCHEN MODELLS	.....	5
1. Das totale Gleichgewichtsmodell	.....	5
2. Die interregionale Input-Output-Analyse	.....	7
3. Abgrenzung des von uns gewählten Modells	.....	9
4. Größe und Charakter der Regionen	.....	11
II. DIE GÜTERMÄSSIGE VERFLECHTUNG DER REGIONEN OHNE EINE AUFSPALTUNG IN GÜTERGRUPPEN	.....	13
1. Die Funktionalbeziehungen der Güterströme	.....	13
2. Das Konzept der Entfernung in den durchschnittlichen Ausgaberaten der Regionen	.....	15
3. Der Ausgleich der Handelsbilanzen	.....	18
4. Die Bestimmung des regionalen Ausgabemultiplikators	.....	20
5. Die Stabilität des Mehr-Regionen-Multiplikators	.....	22
6. Besondere Eigenschaften des Multi-Regional-Multiplikators	.....	32
III. DIE AUFGLIEDERUNG DER GÜTERSTRÖME	.....	35
1. Besonderheiten einer Aufgliederung	.....	35
2. Der Handel mit Konsumgütern	.....	36
3. Der Handel mit Investitionsgütern	.....	40

Seite

IV. DIE INTERREGIONALE BEWEGUNG DER PRODUKTIONSFAKTOREN 44

1. Die Bewegung des Produktionsfaktors Arbeit 44

2. Die Bewegung des Geldkapitals 49

Zweiter Hauptteil
DAS MEHRREGIONALE WACHSTUMSMODELL 51

I. EINLEITENDE BEMERKUNGEN 51

1. Wesen der makroökonomischen Wachstumstheorien 51

2. Wahl der geeigneten Wachstumstheorie 53

II. DAS WACHSTUMSMODELL NACH HARROD UND DOMAR IN SEINER EINKOMMENBILDENDEN VERSION 54

1. Allgemeine Beschreibung des Modells 54

2. Die Bestimmung der Wachstumsrate im inter-regionalen Modell 57

3. Abgrenzung eines Möglichkeitsbereichs für den Wachstumsfaktor 65

4. Die "Stabilitätsbedingungen" des Wachstumsmodells 72

III. DAS WACHSTUMSMODELL NACH HARROD UND DOMAR IN SEINER KAPAZITÄTBILDENDEN VARIANTE 81

1. Allgemeine Beschreibung des Modells 81

2. Die Bestimmung des gleichgewichtigen Zuwachs-faktors 83

3. Die "Stabilität" des Modells 90

IV. ANDERE MEHR-REGIONEN-WACHSTUMSMODELLE NACH HARROD UND DOMAR 92

1. Allgemeines 92

2. Das Wachstumsmodell von Brems 93

Seite

Dritter Hauptteil
ANSATZPUNKTE EINER REGIONALEN WACHSTUMSPOLITIK 96

I. ZIELE UND INSTRUMENTE DER REGIONALPOLITIK 96

1. Allgemeine Bemerkungen 96

2. Ziele einer Regionalpolitik 98

3. Instrumente der Regionalpolitik 100

II. DIE WIRKSAMKEIT EINZELNER MASSNAHMEN IM WACHSTUMSMODELL 103

1. Allgemeines 103

2. Wirkung der einkommenvermehrenden Ausgaben 104

3. Wirkung der kapazitätbildenden Ausgaben 107

4. Wirkung einer einkommenvermindernden Steuer 109

5. Begründung für die Wirksamkeit der beiden fiskalischen Instrumente 112

6. Änderung der Austauschraten 114

III. EINFÜHRUNG DES REGIONALEN HAUSHALTS-AUSGLEICHS 116

1. Einbeziehung des regionalen Budgetausgleichs in das Modell 116

2. Wirkung auf die Wachstumsfaktoren 117

3. Wirkung auf die Relation zwischen den regionalen Ausgaben 122

IV. EINFÜHRUNG REGIONALER HAUSHALTSDEFIZITE UND -ÜBERSCHÜSSE 126

1. Einbeziehung von Defiziten und Überschüssen in das Modell 126

2. Wirkung eines autonom festgelegten Finanz-ausgleichs 127

Seite

3. Wirkung eines vom Einkommen abhängigen Finanzausgleichs 127

V. ANSATZPUNKTE FÜR EIN ENTSCHEIDUNGSMODELL 130

1. Theoretische Voraussetzungen 130

2. Mehrregionales Entscheidungsmodell 132

SCHLUSSBEMERKUNG 134

ANHANG 137

LITERATURVERZEICHNIS 167

EINLEITUNG

Man hat die Träger der Wirtschaftspolitik gelegentlich beschuldigt, Jahrzehnte hinter den Erkenntnissen der Wirtschaftstheorie herzuhinken, heute noch Maßnahmen zu treffen, die auf längst überholten Gegebenheiten und Vorstellungen fußen. Über die Richtigkeit dieser Behauptung möchte ich mir kein generelles Urteil erlauben. Geht man allein vom zeitlichen Abstand aus, so scheint sie jedoch in besonderem Maß für die Theorie und die Politik zu gelten, die sich mit der räumlichen Struktur der Wirtschaft befassen.

Grundlegende theoretische Werke der Standortverteilung entstanden schon im letzten Jahrhundert und haben seither immer wieder neue Äußerungen angeregt; von umfassenden, zielbewußten politischen Maßnahmen auf diesem Gebiet kann man dagegen erst in der Zeit nach dem zweiten Weltkrieg sprechen. Unter diesen Bemühungen um eine sinnvolle Regionalpolitik ist in vorderster Linie das Gutachten des Wissenschaftlichen Beirats beim Bundeswirtschaftsministerium vom 23. 1. 1955 über "Möglichkeiten und Grenzen regionaler Wirtschaftspolitik" zu nennen [1]. Trotz ihrer wissenschaftlichen Herkunft bemühen sich die beteiligten Professoren, den Politikern klare, leicht zu realisierende Vorschläge für eine wirkungsvolle Regionalpolitik zu unterbreiten und nicht nur allgemeine theoretische Erkenntnisse wiederzugeben.

Gerade an einer solchen Transponierung der theoretischen Grundlagen in verwertbare Grundsätze fehlte es bisher in vielen Bereichen; vor allem die Standorttheoretiker hatten sich nur wenig um die politische Verwendbarkeit gekümmert.

Während grobe Fehlentscheidungen sich in den meisten Bereichen der Wirtschaftspolitik schon bald in nicht zu verkennenden Mißständen äußern und beständig eine grundlegende Korrektur fordern, wirken sich Fehler in der Regionalpolitik erst nach Ablauf einer längeren Zeitspanne aus. Wegen dieser "Reifungszeit" erscheint dann selbst eine wenig optimale Raumstruktur als etwas Gewachsenes und daher Natürliches.

---

1) Der Wissenschaftliche Beirat beim Bundeswirtschaftsministerium, 4. Band Gutachten vom Januar 1955 bis Dezember 1956, Göttingen 1957

Jede Maßnahme, die zur Verbesserung der Struktur beitragen soll, trägt deshalb von vornherein den Charakter des Revolutionären. Diese regionalpolitischen Maßnahmen wirken sich in der Regel erst nach langer Zeit aus. Die konsequente Durchführung findet ihre Grenze oft in einem Wechsel der verantwortlichen Regierung und damit auch der Zielvorstellungen für eine optimale geographische Struktur. Während eine Regierung innerhalb einer Legislaturperiode etwa eine Reform des Stuerwesens durchführen und am Ende bereits greifbare Erfolge vorweisen könnte, wird sie in der gleichen Zeit lediglich Vorbereitungen für die Regionalpolitik treffen können.

Die Diskontinuität der politischen Instanz kann nur durch umso größere Überzeugungskraft und Geschlossenheit der wissenschaftlichen Vorarbeit aufgewogen werden. Dem verantwortlichen Politiker, gleich welcher Partei, muß die Einhaltung einer sinnvollen regionalpolitischen Linie als selbstverständlich erscheinen.

Mit der vorliegenden Arbeit soll ein kleiner Beitrag zur notwendigen wissenschaftlichen Durchdringung der Regionalpolitik geleistet werden.

Einer regionalen Politik äquivalent ist nur eine sehr langfristige Theorie, eine Theorie, die angibt, welche Maßnahmen heute und in Zukunft notwendig sind, um auf die Dauer eine Verbesserung der Raumstruktur herbeizuführen. Zur Synthese eines solchen langfristigen Modells bieten sich drei verschiedene theoretische Bereiche an:

1. Die Theorie des wirtschaftlichen Wachstums, welche die langfristige Entwicklung der Regionalstruktur berücksichtigt;
2. die Theorie der regionalen Interdependenz, welche die Anwendung auf Probleme der Regionen möglich macht und
3. die Theorie der Wirtschaftspolitik, welche die möglichen Maßnahmen einer zentralen Instanz in das Modell einbezieht.

Allerdings sind alle drei genannten Bereiche so umfangreich, daß in der vorliegenden Untersuchung jeweils nur kleine Ausschnitte behandelt werden können. Denken wir uns etwa die Theorien als Kreise, so ist das Segment, in dem die Kreise sich überschneiden, nur sehr klein. Viele Wachstumstheorien lassen sich nicht regional aufgliedern und ebenso haben wirtschaftspolitische Maßnahmen oft gar keine oder nur unmerkliche geographische Auswirkungen. Umgekehrt schließen manche räumliche Theorien eine Einbeziehung politischer Maßnahmen oder eines evolutorischen Aspekts aus.

Wesentliche Einschränkungen ergeben sich auch vom Umfang der Arbeit her. Ich habe mich deshalb bemüht, einen relativ kleinen Bereich, in dem ich einen Angelpunkt aller drei Theorien sehe, möglichst lückenlos und ausführlich zu behan-

deln und gleichzeitig alle Übergriffe in andere Bereiche zu vermeiden.

Im folgenden seien kurz alle notwendig erscheinenden Begrenzungen dargelegt:

Das in der Untersuchung verwendete regionale Grundmodell ist ein makroökonomisches Totalmodell, das explizit keine mikroökonomischen Wirkungszusammenhänge aufweist. Es wird also nicht von Standorten der Industrien, sondern nur von Beziehungen zwischen Regionen gesprochen.

Dementsprechend sind diese geographischen Gebiete als in sich homogen beschrieben, also mit extremer Gleichverteilung aller Produktionsfaktoren, Produktionsstätten und Verbraucher.

In der Regel werden alle Zusammenhänge für ein n-Regionen-Modell untersucht, notwendige numerische Berechnungen und komplizierte Bestimmungen der Effizienz aber meist für zwei Regionen durchgeführt.

Die makroökonomischen, auf die Wachstumstheorie abgestellten Verflechtungen sind in ihren Koeffizienten als exogen gegeben und konstant bleibend angesehen. Wir haben es dabei nur mit Strömen von Konsum- und Investitionsgütern zu tun, an einigen Stellen, jedoch ohne besonderen Bezug auf das Modell, auch mit interregionalen Bewegungen von Produktionsfaktoren.

Aus Gründen der Vereinfachung wird zudem eine geschlossene Volkswirtschaft ohne Außenhandel unterstellt.

Trotz der Vielzahl bestehender Wachstumstheorien beschränken wir uns auf das Konzept Harrods und Domars, da es das einfachste und am besten bekannte Modell ist und die regionale Verflechtung ohne größere Schwierigkeiten zuläßt. Das bedeutet, daß nur der Produktionsfaktor Realkapital mit einem für jede Region als konstant angenommenen Produktivitätskoeffizienten verwendet wird und damit nur das Realkapital Ursache des endogenen Wachstums ist.

Ebenso wie bei den beiden genannten Autoren hat unsere Theorie eine gleichgewichtige Entwicklung zum Gegenstand, d.h. Preisstabilität und Vollbeschäftigung müssen stets gewahrt sein. Für jede Region soll somit das entstandene Einkommen dem Angebot an Gütern ebenso entsprechen, wie die Menge der produzierten Investitionsgüter dem gesparten Einkommen.

Dem Anliegen der Regionalpolitik zufolge sind die Ziele eher zu erreichende Entwicklungstendenzen als Einkommensveränderungen in der Gegenwart oder der nahen Zukunft. Das wirkt sich auch auf die verwendeten Instrumente aus, da z.B. keine dauernden Defizite oder Überschüsse in einer geschlossenen Volkswirtschaft denkbar sind.

Aus den vielen möglichen Instrumenten haben wir stellvertretend eine proportionale Steuer, einkommens- und kapazitätseffektive Staatsausgaben, den interregionalen Finanzausgleich und den Einfluß auf die Austauschquoten zwischen den Regionen über die Verkehrspolitik ausgewählt. Alle anderen fiskalischen und nicht fiskalischen Maßnahmen lassen sich entweder in die gewählten Instrumente eingliedern oder hätten umfangreiche Änderungen des Modells hervorgerufen, weshalb auf ihre Berücksichtigung verzichtet wurde.

Der beschränkte Umfang der Arbeit gestattete auch nur eine sehr kurze Beschreibung eines politischen Entscheidungsmodells mit fixierten Zielen.

Die Einschränkungen sind zahlreich und der Verfasser kann daher keinen Anspruch auf allgemeine Gültigkeit erheben. Manche mit der Realität nicht ganz zu vereinbarende Schlußfolgerungen haben ihren Ursprung in der Eigenart des verwendeten Modells. Unbeeinflußt davon soll der Wunsch des Verfassers bleiben, daß die vorliegende Untersuchung einige Anregungen für ein umfassendes Durchdenken der regionalen Wachstumspolitik geben möge.

Erster Hauptteil

INTERREGIONALE BEZIEHUNGEN

I. SUCHE NACH EINER REGIONALTHEORIE ALS GRUNDLAGE DES POLITISCHEN MODELLS

1. Das totale Gleichgewichtsmodell

a) Es mag seinen Grund in der Entwicklung der Wirtschaftsverfassung des 18. und 19. Jahrhunderts haben, daß fast alle raumbezogenen wissenschaftlichen Arbeiten bis in die jüngste Zeit (vielleicht mit Ausnahme der von Thünens) sich dem einzelnen Unternehmer zuwandten, also Standorttheorien waren, wenn sie sich nicht überhaupt nur auf eine rein historische Beschreibung beschränkten. Auch die ersten Totalmodelle, wie etwa die von Lösch und Lefeber, sind noch ganz an der Verhaltensweise eines einzelnen Unternehmers orientiert. Im Anschluß an deren Werke hat Edwin von Böventer [1] erst vor kurzer Zeit die vielfältigen Ansätze einer Gleichgewichtstheorie im Raum systematisch zusammengefaßt. Er unterteilt die "reine Theorie der Standortwahl" in "drei Forschungsrichtungen":

aa) "Konstruktion und Ausbau von gesamtwirtschaftlichen Totalmodellen, die die Wirkung der räumlichen Ausdehnung der Wirtschaft berücksichtigen in der Art beträchtlich erweiterter Walras-Modelle oder interregionaler (linearer und nichtlinearer) Programme."[2]

bb) "Entwicklung von in der Fragestellung begrenzten Partialmodellen, mit denen inhaltlich interessante Aussagen auch über praktische Probleme abgeleitet werden können."[2]

cc) "Ableitung von mehr oder weniger umfassenden Modellen der Landschaftsstruktur". [3]

---

1) Edwin von Böventer, Theorie des räumlichen Gleichgewichts, Tübingen 1962
2) v. Böventer, Theorie ..., a.a.O., S.2
3) v. Böventer, Theorie ..., a.a.O., S.3

Schon aus dieser Dreiteilung - von Böventer wendet sich nur dem Punkt aa) zu - sieht man, daß auch er im wesentlichen an Standortwahl und -wirkungen denkt. Sein Ziel "ist eine möglichst allgemeine Formulierung des Gleichgewichts einer Wirtschaft im Raum in der Form eines beträchtlich erweiterten und modifizierten Walras-Modells, und damit eine Analyse der Möglichkeiten und Grenzen der Ableitung von Totalmodellen einer Wirtschaft bei Berücksichtigung von Transportkosten und anderen Konsequenzen der räumlichen Ausdehnung der Wirtschaft."[1] Von Böventer will damit eine Brücke schlagen "zwischen allgemein formulierter Standorttheorie, allgemeiner Gleichgewichtstheorie und auch allgemein formulierter Außenhandelstheorie."[2]

Alle seine Modelle sind "exakt formulierte Totalmodelle auf mikroökonomischer Grundlage"[2], d.h. von Böventer geht von den einzelnen Wirtschaftssubjekten aus, klärt die Bedingungen, unter denen sie handeln und bestimmt über die Nutzen- und Gewinnmaximierung eindeutig ihr Verhalten. Nun können zwar Begriffe wie komparative Kostenunterschiede, Angebots- und Nachfragefunktion, selbst Transportkosten Aufschluß über Tendenzen und Wirkungen geben, indessen lassen sie sich in der Praxis in ihren vielfältigen Interdependenzen und Dependenzen weder statistisch noch rechnerisch bewältigen und sind - zumindest in den westlichen Staaten - auch nicht Gegenstand der Wirtschaftspolitik.

b) Eine gesamtwirtschaftlich orientierte Wirtschaftspolitik will unmittelbar nicht in das Verhalten und das Gleichgewicht des einzelnen Wirtschaftssubjektes eingreifen. Sie will vielmehr die Masse der Subjekte in eine gewünschte Richtung lenken. Man könnte die Volkswirtschaft mit einem chemischen Reagenzkessel vergleichen, in dem jeder der beigemischten chemischen Stoffe eine riesige Anzahl von Molekülen enthält. Jedes Molekül hat seine eindeutig determinierte Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit. Das Verhalten des einzelnen Moleküls ist aber Gegenstand einer ganz anderen Wissenschaft als das durch unzählige Kompensierungen und Summierungen entstandene Gesamtverhalten der Chemikalien.

Mikro- und Makrotheorie, wie wir beide Forschungsrichtungen nennen können, sind gekennzeichnet durch unterschiedliche Terminologie und verschiedene Gesetze. Für die Makrotheorie sind ebenso wie für die Mikrotheorie die Reaktionen und Gesetzmäßigkeiten der Moleküle wichtig, doch eben nur in ihrer Gesamtheit, in ihrer statistischen Zusammenfassung.

Ähnlich ist für die Wirtschaftspolitik, die wegen ihrer Zielsetzung und auch wegen der rechnerischen Erfassung nur mit Makromodellen arbeiten kann, zum Ver-

---

1) von Böventer, Theorie ..., a.a.O., S.3
2) von Böventer, Theorie ..., a.a.O., S.4

ständnis zwar das Verhalten der Wirtschaftssubjekte wichtig, aber eben nur in seiner Aggregierung.

Die Totalmodelle von Böventers lassen sich, auch wenn sie sich mit Regionen befassen, nur unter einer tiefgreifenden, ihr Wesen zerstörenden Änderung der Eigenschaften in gewünschter Weise aggregieren. Eine solche Aggregierung führt in direktem Weg zu dem Input-Output-Modell Leontiefs.

2. Die interregionale Input-Output-Analyse

In seinem Werk "Studies in the Structure of the American Economy"[1] entwickelte Leontief das Konzept der Input-Output-Rechnung. Sie ist im Grunde nichts anderes als eine Buchungsmethode, dargestellt in einer übersichtlichen Matrixform. Der Güterstrom $x^{hh'}$ [2], der von der Produktion h in die Produktion h' fließt, steht in der h-ten Zeile und in der h'-ten Spalte der Matrix. Um die Kosten der statistischen Erfassung zu mindern und um die Rechenbarkeit zu erhalten, werden die verschiedenen Güter zu Industriesektoren zusammengefaßt, wie etwa Landwirtschaft, Leichtindustrie, Schwerindustrie[3] usw. Das Leontiefsche Schema erlaubt deswegen beliebige Aggregierung, weil im Gegensatz zum Totalmodell Lefebers und von Böventers lediglich statistische Zahlen wiedergegeben werden, ohne daß auf die speziellen Kausalbeziehungen eingegangen wird.

In dem Aufsatz "Interregional Theory"[4] beschrieb Leontief eine Anwendung der Input-Output-Analyse auf die interregionalen Beziehungen. Die Güterströme werden nun nicht mehr nach den Sektoren, sondern auch nach den Regionen unterschieden. Der Güterstrom $^{rr'}x^{hh'}$ beispielsweise fließt aus der Region r in die Region r' und gleichzeitig aus dem Sektor h in den Sektor h'. Jeder dieser Ströme ist somit durch vier verschiedene Indizes gekennzeichnet und muß in einer Sektoren- und in einer Regionenmatrix geführt werden. Folgerichtig könnte

---

1) Wassily Leontief, Studies in the Structure of the American Economy, New York 1953

2) Wir wählen hier die Bezeichnungen, wie sie Tinbergen verwendet: Jan Tinbergen und H.C. Bos, Mathematical Models of Economic Growth, New York - San Francisco - Toronto - London 1962, S. 100 ff.

3) Walter Isard, Interregional and Regional Input-Output Techniques in Methods of Regional Analysis, New York - London 1960, S. 328

4) Wassily Leontief, Studies ..., a.a.O., S. 93 ff.

man nun eine vierdimensionale Matrix aufbauen, die zwei quadratische Querschnitte hat und $r^2 \cdot h^2$ Ströme fassen kann. Da man diese Matrix nicht darstellen kann, begnügt man sich mit einer Regionalmatrix, bei der jedes Matrixelement seinerseits wieder eine Input-Output-Matrix für die verschiedenen Sektoren ist.[1] Auch mit dieser verschachtelten Matrix lassen sich $r^2 \cdot h^2$ Güterströme wiedergeben. Die beschriebenen Input-Output-Darstellungen für interregionale Zusammenhänge erfüllen verschiedene Zwecke:

a) "they record rather concisely, in an internally consistent manner, a large amount of information about a regional economy and the interrelations of its sectors;"

b) "they impose a desirable statistical discipline on data collection agencies and empirical investigations;"

c) "they reveal gaps in our data and may help in filling them;" und

d) "they present an economy in perspective and facilitate comparison of the magnitudes of its major sectors and bonds with other economies."[2]

Allerdings ist damit dem Wirtschaftspolitiker noch nicht allzu sehr gedient. Er muß zusätzlich jede derartige statistische Aufstellung dazu verwenden können, von der Vergangenheit auf die Zukunft zu schließen. Auch diese Möglichkeit der Projektion haben Leontief und Isard untersucht.

Zu diesem Zweck machen sie zwei "most basic and at the same time most questionable" Annahmen:[2]

1) Einmal werden im sektoral aufgegliederten Modell die Produktionskoeffizienten als konstant angesehen, d.h. es wird unterstellt, daß zur Produktion einer Einheit des "Gutes" h' immer eine ganz bestimmte Menge des "Gutes" h eingesetzt werden muß. Aus der Annahme konstanter Produktionskoeffizienten entstand der Begriff der Leontiefschen Produktionsfunktion.

2) Bei der zweiten Annahme wählten Leontief und Isard unterschiedliche Formulierungen. Leontief unterstellt,[3] daß der Anteil der in einer Region produzierten Menge eines bestimmten zwischen den Regionen gehandelten "Gutes" am gesamt wirtschaftlichen Output des "Gutes" konstant sei.

---

1) Vgl. Walter Isard, Interrgional ..., a.a.O., S.318
2) Walter Isard, Interregional,..., a.a.O., S.327
3) Vgl. Wassily Leontief, Studies ... 1953, a.a.O., S.96

Dagegen spricht Isard[1] von "constant interareal input coefficients" und meint damit, daß der Input des "Gutes" h aus einer Region r in die Produktion des "Gutes" h' der Region r' im Verhältnis zum gesamten Input dieses "Gutes" h in der Region r' als konstant gelten soll[2]. Es ist ohne weiteres ersichtlich, daß es sich bei dem Koeffizienten Isards um eine viel differenziertere Aufgliederung handelt als bei dem von Leontief gewählten Koeffizienten. In der Tat setzt sich der erstere aus beiden Koeffizienten Leontiefs zusammen.

Während also Leontief die konstant bleibende Struktur der Produktion und die konstante Aufgliederung der interregionalen Lieferungen als Postulate aufstellte, verwendet Isard in seinen theoretischen Überlegungen eine konstante Struktur der sektoralen und regionalen Beziehungen.

Sowohl Leontief als auch Isard beziehen die Endnachfrage in das interregionale Input-Output-System ein, wobei z.B. Isard zur Endnachfrage die Sektoren Haushalte, Staat, Export (in Gebiete außerhalb der Volkswirtschaft), Lagerveränderungen und Kapitalbildung zählt.[3] Die Endnachfrage verändert sich autonom und bewirkt bei der konstanten Struktur des Systems auch ganz bestimmte Veränderungen der Input- und Outputgrößen. Kann man nun für einen bestimmten Zeitraum die Veränderung der Endnachfrage voraussagen, so kann man mit Hilfe der Strukturkoeffizienten auch die Entwicklung anderer Größen vorausbestimmen.

Natürlich liegen in der Unterstellung der Konstanz gewichtige Fehlerquellen verborgen. "In particular, there is at least some limited evidence that interregional trade coefficients may be even more unstable over time than interindustry coefficients."[4] Eine eingehende Diskussion der Fehlermöglichkeiten findet sich bei Isard[3].

3. Ansatz und Methodik des gewählten Modells

Verfolgt man die Linie vom totalen Gleichgewichtsmodell über die Input-Out-

---

1) Walter Isard, Interrgional ..., a.a.O., S.327
2) Vgl. Walter Isard, Interregional ..., a.a.O., S.332
3) Vgl. Walter Isard, Interregional ..., a.a.O., S.335 ff.
4) John R. Meyer, Regional Economics: A survey. In A.E.R. American Economic Review, Bd.53, 1963, S.35

put-Analyse für eine bestimmte Anzahl von Regionen konsequent weiter, so kommt man zu einem Modell, in dem die verschiedenen Güter nicht nach vielen Sektoren zusammengefaßt sind, sondern völlig in den großen Gruppen Investitions- und Konsumgüter aufgehen. Diese Reduzierung des Modells auf zwei Sektoren erscheint notwendig, wenn die Beziehungen zwischen den Regionen nicht nur deskriptiv beschrieben, sondern auch theoretisch analysiert werden sollen. Wir gehen aus von einer in Regionen aufgegliederten Volkswirtschaft, von der wir ebenfalls regional untergliederte Daten der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung kennen, wie etwa Einkommen, Konsum, Investition, Steuern, usw. Innerhalb einzelnen Regionen hängen diese Globalgrößen eng zusammen. Diese Zusammenhänge waren und sind Gegenstand zahlreicher makroökonomischer Theorien statischen und dynamischen Charakters. Die in diesen Theorien beschriebenen Kräfte und Impulse werden sich über Güter- und Faktorenströme auch zwischen den Regionen auswirken und damit neue, von den bisherigen Modellen abweichende Wirkungen hervorrufen.

Allerdings ist das zwischen den Regionen bestehende Wirkungsgefüge so vielschichtig, daß es mit den heutigen makroökonomischen Statistiken kaum möglich sein wird, mehr als nur einen Rahmen abzustecken. Trotzdem sollte eine theoretische Untersuchung auch solche schwierig erfaßbaren, quantitativen Größen einbeziehen.

Die Funktionalbeziehungen zwischen den volkswirtschaftlichen Globalgrößen werden quantitativ interpretiert und durch allgemeine Parameter wiedergegeben, die grundsätzlich einer ökonometrischen Bestimmung zugänglich sind, sobald statistische Ausgangswerte zur Verfügung stehen. Die Funktionen sind linear und meist als Verbindung zwischen nur zwei Variablen dargestellt, weil jede darüber hinausgehende Komplizierung kaum lösbare mathematische Probleme gebracht hätte.

Es wird immer unter der etwas irrealen Bedingung der Konstanz der Preise gearbeitet. Naturgemäß wird in einer Marktwirtschaft jede Handelsbeziehung, jede Produktion durch Veränderung der Preise geregelt. Doch sind diese Preisbewegungen so diffizil, daß nicht einmal ein mikroökonomisches Modell in der Lage wäre, jede kleine anpassende Preisveränderung zu registrieren. Wir wollen unterstellen, daß alle Anpassungsveränderungen innerhalb einer Region sich kompensieren, daß aber alle Preisveränderungen, die auch Mengenverschiebungen in den Güterströmen hervorrufen, genügend durch die Dynamik der Strukturgleichungen erklärt werden.[1] Die Konstanz der Preise erlaubt, alle Gütermengen unmittelbar auch

---

1) Die Funktionalbeziehung zwischen dem Import von Konsumgütern der Region A aus der Region B und dem Volkseinkommen in der Region A beinhaltet bei-

als monetäre Größen darzustellen, und gibt damit die Möglichkeit, immer mit addierbaren Geldwerten zu arbeiten.

Die Grundlage der regionalen Entwicklungstheorie ist die einfache Wachstumstheorie, wie sie Harrod und Domar als erste beschrieben. Das Gerüst der wirtschaftlichen Evolution bildet das Zusammenspiel von Investitions- und Konsumentscheidungen, die nun allerdings nicht in gesamtwirtschaftlicher, sondern in regionaler Aggregation auftreten. Zweck der Untersuchung ist es, die besonderen Effekte der regionalen Aufgliederung zu verdeutlichen und die Probleme darzustellen, vor denen die Wirtschaftspolitik im Zusammenhang mit wirtschaftspolitischen Entscheidungen steht.

Die interregionalen politischen Entscheidungsmodelle sind möglichst einfach gehalten und auf den theoretischen Untersuchungen aufgebaut. Die einzusetzenden Instrumente sind so gewählt, daß sie dem Instrumentarium entsprechen, das eine Regierung in einer modernen Marktwirtschaft einsetzen kann.

Im Verlauf der Untersuchung werden die Modelle zum Teil sehr kompliziert, oft so sehr, daß die Anwendung der üblichen algebraischen Methoden zur Kennzeichnung der Effizienz gewisser Instrumente nicht mehr möglich ist. In diesen Fällen müssen wir uns damit begnügen, von einem Beispiel mit ad hoc gewählten Werten für die einzelnen Parameter auszugehen und dann festzustellen, inwieweit das Beispiel stellvertretend für andere Werte stehen kann. Allerdings werden die Beispiele in der Regel einem Zwei-Regionen-Modell entnommen, da mehr als zwei Regionen bereits die Verwendung von Rechenanlagen erforderlich machen würden.

4. Größe und Charakter der Regionen

Für unser Modell ist ein Problem von Anfang an sehr wichtig: Wie sollen die Regionen aussehen, in die eine Volkswirtschaft aufgegliedert wird und wie groß soll die Zahl der Regionen sein? Es ist klar, daß jede Volkswirtschaft umso bes-

---

spielsweise die folgenden Preis-Mengen-Zusammenhänge: Verringert sich das Volkseinkommen in A, so hat das einen Rückgang der Nachfrage nach verschiedenen Konsumgütern zur Folge. Dadurch werden sich je nach der Preiselastizität verschieden tiefe Preiseinbrüche ergeben. Inner- und außerregionale Produzenten werden den Markt A nun ganz oder teilweise aufgeben müssen. Der Rückgang der in A angebotenen Gütermenge bewirkt eine gewisse Normalisierung der Preise. Im wesentlichen bleibt somit die korrelative Änderung von Importstrom und Einkommen übrig.

ser durchleuchtet wird, je mehr Regionen gebildet werden und je kleiner diese Regionen sind. Doch sind dieser Aufgliederung durch die Kosten der statistischen Erhebung, aber auch dadurch Grenzen gesetzt, daß mit einer Vergrößerung der Regionenzahl die Übersichtlichkeit schnell abnimmt. Man kann aber die regionale Aufgliederung dadurch wieder übersichtlicher gestalten, daß man eine Art Regionenhierarchie einführt, indem man die einzelnen geographischen Gebiete wieder in Unterregionen aufteilt.[1)]

Für unser Modell ist es nun weniger wichtig, wieviele Regionen vorhanden sind, und wie groß sie im einzelnen sind, da wir ja nur eine allgemeine Theorie entwickeln wollen; entscheidender ist die Frage nach dem Aussehen der Regionen, damit das Modell möglichst wirklichkeitsnahe Aussagen bringt. Es ist davon auszugehen, daß nicht die Vorgänge innerhalb der Regionen, sondern zwischen den einzelnen Regionen Gegenstand der Untersuchung sein können. Alle interessierenden regionalen Veränderungen müssen sich also zwischen den Regionen abspielen.

Gleichzeitig sollen auch die Parameter der Regionen im Zeitablauf möglichst konstant bleiben, damit eine zuverlässige Aussage über die regionale Entwicklung möglich ist. Den sich anbietenden Weg weitgehender Disaggregierung und die hieraus folgenden Probleme erwägt Chipman: "The disaggregation of a heterogenou group or sector into a number of homogenous groups will tend to increase the stability of parameters (the marginal propensity to spend [bei uns sind es noch weitere Parameter wie etwa interne und externe Ausgaberaten und Kapitalproduktivitäten, d. Verf.]). On the other hand, the disaggregation of a homogenous group into smaller groups will not increase the stability of the parameters: in fact, such disaggregations, beyond a certain point will reduce the stability of the parameters, owing to the law of large numbers."[2)]

Vor die Alternative gestellt, als Regionen möglichst gleichartige Gebilde anzusehen, in denen etwa nach dem Bild von Lösch sich jeweils um eine Zentralstadt eine Anzahl kleinerer Städte und schließlich ein Ring Landwirtschaft schließt, oder aber Gebiete, die in sich möglichst einheitlich, untereinander aber sehr differenziert sind, müßten wir uns für die letztere entscheiden.

Aber schon diese Wahlmöglichkeit ist ein unerfüllbarer Wunschtraum. Wie am Beispiel der Bundesrepublik gezeigt werden kann, wird die alles entscheidende statistische Erfassung nebeneinander Regionen beschreiben, die mehr dem einen oder mehr dem anderen Extrembild ähneln. Mit gewissen Einschränkungen wird

---

1) Vgl. Walter Isard, Interregional ..., a.a.O., S. 322 ff.

2) John S. Chipman, The Multi-Sector Multiplier, in Econometrica Bd. 18, 1950, S. 356

man auch hier das Modell einsetzen können.

Das Modell geht von der Annahme vollkommen homogener Regionen aus, in denen Nachfrage, Rohstoffe, Produktionsstätten, Produktionsfaktoren usw. so gleichmäßig verteilt sind, daß wir alle Impulse, die von dieser Region ausgehen, als aus einem bestimmten Schwerpunkt kommend ansehen können.

Um die interregionalen Wechselwirkungen möglichst rein darstellen zu können, wollen wir den internationalen Handelsaustausch ausklammern, d.h. es wird kein Handel mit Gebieten außerhalb der in Regionen aufgegliederten Volkswirtschaft getrieben.

II. DIE GÜTERMÄSSIGE VERFLECHTUNG DER REGIONEN OHNE EINE AUFSPALTUNG IN GÜTERGRUPPEN

1. Die Funktionalbeziehungen der Güterströme

Das interregionale Input-Output-Schema Leontiefs erlaubt eine beliebige Aufgliederung sowohl der Regionen als auch der Sektoren. Wir wollen zunächst die einfachste Möglichkeit einer Regionenmatrix annehmen und jede Sektoraufspaltung vermeiden. Damit erhält die interregionale Input-Output-Matrix folgende Form

(1)
$$\begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \cdots & X_{1n} \\ X_{21} & X_{22} & \cdots & X_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ X_{n1} & X_{n2} & \cdots & X_{nn} \end{bmatrix}$$

wobei der erste Index die liefernde, der zweite die empfangende Region kennzeichnet. X_{21} stellt also die Summe aller Güter dar, die in einer bestimmten Periode von der Region 1 in die Region 2 geliefert werden. Die Glieder in der Hauptdiagonale symbolisieren Güterströme, die innerhalb einer Region fließen.

Gleichzeitig kann man aber auch in den einzelnen Gliedern der Matrix die Geldzahlungen der belieferten an die liefernde Region sehen. X_{21} ist in dieser Interpretation der Geldstrom, der aus der Region 2 in die Region 1 fließt. Diese Zahlungen bilden in der güterliefernden Region Einnahmen und ergeben in ihrer

Summierung das Einkommen dieser Region. Ganz allgemein ist das Einkommen der Region i

$$Y_i = \sum_j X_{ij} \quad . \tag{2}$$

In der gleichen Weise wie bei Leontief können wir auch hier gewisse Strukturkoeffizienten in das System einbauen und damit Strukturänderungen und Niveauänderungen voneinander trennen. Hier kommt uns die makroökonomische Theorie zu Hilfe. Dort ist es üblich, Beziehungen zwischen den Ausgaben, vor allem für Konsumgüter, und dem Einkommen einer Volkswirtschaft durch sogenannte Ausgaberaten zu symbolisieren. Wichtig ist für uns die Konsumrate als marginale Relation zwischen dem Konsum und dem Einkommen und die Importrate als marginale Relation zwischen dem Wert der importierten Güter und dem Volkseinkommen.

Wir wollen diesen Überlegungen folgen und den Güterstrom zwischen zwei Regionen als abhängig von der Größe des Einkommens in der Güter beziehenden Region ansehen. Als Funktionalparameter verwenden wir zunächst jeweils nur durchschnittliche Ausgaberaten und erhalten damit das folgende Gleichungssystem zur Bestimmung der Regionaleinkommen [1]:

$$\begin{aligned} Y_1 &= (u_1-m_1)\cdot Y_1 + m_{12}\cdot Y_2 + \ldots + m_{1n}\cdot Y_n \\ Y_2 &= + m_{21}\cdot Y_1 + (u_2-m_2)\cdot Y_2 + \ldots + m_{2n}\cdot Y_n \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_n &= + m_{n1}\cdot Y_1 + m_{n2}\cdot Y_2 + \ldots + (u_n-m_n)\cdot Y_n \end{aligned} \tag{3}$$

oder in der Form einer verkürzten Matrixgleichung [2]

$$\vec{Y} = \overrightarrow{\overrightarrow{m}} \cdot \vec{Y}, \tag{4}$$

wobei $\vec{Y}$ den Vektor der regionalen Einkommen, $\overrightarrow{\overrightarrow{m}}$ die Matrix der interregionalen Ausgaberaten darstellen. u_1-m_1 ist dabei als m_{11} den anderen Koeffizienten angepaßt. Für obige Gleichung können wir auch schreiben:

$$(\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{m}})\cdot\vec{Y} = 0. \tag{5}$$

---

1) Die Buchstabensymbole sind entsprechend Lloyd Metzler: A Multiple-Region Theory of Income and Trade, Econometrica, Bd. 18, 1950, verwendet.

2) Eine Erläuterung der verkürzten Darstellung ist im Anhang gegeben.

Entsprechend den bei Leontief verwendeten Strukturkoeffizienten seien die durchschnittlichen Ausgaberaten als konstante Parameter und damit gleich den marginalen Ausgabeneigungen angenommen. Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, lassen sich über die Größe dieser Strukturparameter gewisse allgemeine Aussagen machen.

2. Das Konzept der Entfernung in den durchschnittlichen Ausgaberaten der Regionen

a) Wir haben entsprechend der Außenhandelstheorie das Handelsvolumen zwischen zwei Regionen als Abhängige des Einkommens der empfangenen Region angesehen. Die Funktionalbeziehung wurde dabei durch eine Ausgabeneigung angegeben.

Wie läßt sich aber diese Ausgabeneigung, wie lassen sich alle Ausgabeneigungen einer Region bestimmen? In ihrer ursprünglichen Form sind diese Ausgabequoten lediglich statistische Meßziffern, eben Relationszahlen. In der Außenhandelstheorie wurde diesen Meßziffern dann dadurch Funktionalcharakter gegeben, daß man sie als annähernd konstant im Zeitablauf annahm. Für die Regionaltheorie wollen wir auch darüber hinausgehen und untersuchen, ob die Größe dieser Ausgabequoten sich als Funktion einer oder mehrerer anderer Größen bestimmen läßt.

Auf der Suche nach einer derartigen Funktionalbeziehung stoßen wir auf einen allgemein anerkannten, u.a. von Isard[1] statistisch nachgewiesenen Zusammenhang zwischen Entfernung und transportierter Gütermenge. Isard gelangt zu dem Ergebnis, daß eine Korrelation zwischen dem Umfang der Eisenbahntransporte und dem reziproken Wert der Entfernung besteht. Diese Beziehung erscheint sehr plausibel: denn nicht nur die reinen Transportkosten, sondern auch die Kosten für Verpackung, die Möglichkeit des Verderbs, das Preisrisiko usw. verursachen mit der Dauer und der Länge des Transportes wachsende Kosten und werden in steigendem Maß den Warenbezug hindern. Dazu kommt noch, daß mit größerer Entfernung der Handelskontakt zwischen Produzent und Abnehmer geringer wird, daß sich auch die Bedürfnisse der Kunden in immer stärkerem Ausmaß verschieben. Kurz, wir können wohl mit einiger Sicherheit annehmen, daß der Handelsaustausch zwischen zwei Punkten in der Landschaft umso kleiner sein wird, je weiter diese Punkte voneinander entfernt liegen. Unterstellen wir also für unser

---

1) Walter Isard, Location and Space Economy, New York 1956 S.73.

Modell folgende eindeutige Beziehung:

(6) $$X = \frac{Q_1}{a}$$

wobei X den Wert der gehandelten Güter, a die zu überwindende Entfernung und Q_1 eine Konstante darstellen sollen. Die Größe a darf allerdings nicht mit der rein geographischen Entfernung gleichgesetzt werden. Man könnte sagen, es handelt sich um die Entfernung bei Konstanz aller anderen Transportkosten verursachenden Faktoren. Besser allerdings wäre folgende Definition: a ist eine Größe, in der neben der absoluten Entfernung auch die Güte, die Billigkeit des befördernden Transportmittels, sogar irgendwelche Zölle enthalten sind; a ist somit eine Art modifizierter Entfernung. Diese Modifizierung drückt sich darin aus, daß a sinkt, wenn etwa die Eisenbahnstreckenführung zwischen zwei Punkten begradigt wird oder wenn man einen billigeren Tarif einführt. Da wir es später immer nur mit Entfernungen zwischen ganzen Regionen zu tun haben werden, drückt sich in a auch die Verteilung aller Gütertransporte auf die verschiedenen Verkehrsträger zwischen zwei Regionen aus. Es wird also angenommen, daß die (heterogene) Masse aller gehandelten Güter abhängig ist von der (heterogenen) Menge aller Entfernungen, die letztere ausgedrückt durch eine einheitliche durchschnittliche Entfernung. Ändert sich etwa der Verkehr von der teureren Eisenbahn auf die billigere Binnenschiffahrt, so verringerte sich damit die durchschnittliche Entfernung zwischen den Regionen, wenn nicht gleichzeitig die längere Transportdauer wieder direkt oder indirekt höhere Kosten verursachte.

Es wäre nun einfach, die Handelsbeziehungen zwischen zwei Regionen als abhängig von der Entfernung, etwa zwischen den Hauptstädten der Regionen zu sehen. Doch muß berücksichtigt werden, daß die Regionen selbst eine gewisse Ausdehnung haben, wodurch sowohl die internen als auch die externen Ausgabeneigungen beeinflußt werden.

b) Um diesen Zusammenhängen auf die Spur zu kommen, müssen wir uns eines Modells mit extremen Voraussetzungen bedienen. In einer geographischen Ebene mögen Produzenten und Konsumenten in völlig indifferenter Verteilung gelegen sein. Der Handelsaustausch zwischen zwei Punkten dieser Ebene richtet sich einzig und allein nach der gegenseitigen Entfernung. In die Ebene sind die Regionen eingelagert. Zwei derartige Regionen sollen die Form von Kreisen besitzen und ihre Mittelpunkte eine Entfernung 1 voneinander aufweisen.

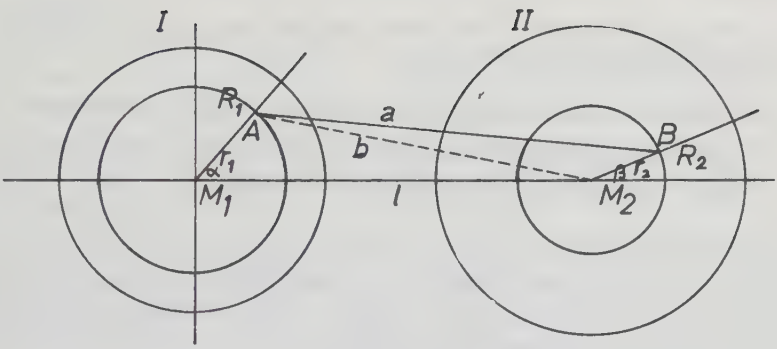

Fig. 1 Idealbild zweier Regionen

Soll die Gütermenge bestimmt werden, die von Region I in die Region II fließt, so müssen wir zunächst feststellen, wieviel von jedem Punkt der Region I nach jedem Punkt der Region II geliefert wird und diese Mengen dann summieren. Da die gelieferte Gütermenge je nach der Lage der Punkte unterschiedlich sein wird, genügt nicht eine einfache Multiplikation, wir müssen vielmehr den Handel als Funktion der Entfernung für den Bereich der beiden Regionen integrieren. Nach mehreren Vereinfachungen kommen wir zu dem Ergebnis, daß die externen und die internen Handelsraten in einem ganz einfachen Verhältnis zueinander stehen:

$$(7) \qquad (u_i - m_i) : m_{1k} : m_{ik} = \frac{P_i}{\frac{R_i}{1,23}} : \frac{P_1}{l_{1k}} : \frac{P_k}{l_{ik}}$$

wobei P_i die Produktionskapazität der Region i, l_{ik} die mittlere Entfernung zwisen den Regionen i und k, und R_i den Radius der Region i darstellen. Die durchschnittlichen Ausgaberaten sind also gegeben durch die Produktionskapazität der liefernden Region. Entsprechend ergibt sich auch die intraregionale Ausgabeneigung aus der Produktionskapazität der Region und einer mittleren Entfernung zwischen den einzelnen Punkten der Region, etwa $0,81\ R_i$. Natürlich kann man nicht annehmen, daß diese Werte vollkommen mit der Wirklichkeit übereinstimmen müssen. Vor allem ist zu berücksichtigen, daß es sich um Extremfälle

handelt, die in Wirklichkeit nie auftreten.[1)]

Doch stimmt das Ergebnis zumindest tendenziell mit empirischen Beobachtungen überein.

1. Je weiter zwei Regionen voneinander entfernt sind, desto kleiner ist der Handelsaustausch zwischen ihnen.

2. Je größer eine Region ist, desto höher ist ihre interne Ausgabequote.

3. Je größer die Kapazität einer Region ist, desto umfangreicher sind die Handelsbezüge der anderen Regionen von der betreffenden Region.

Die ökonomische Größe einer Region und die modifizierten Entfernungen zwischen ihnen sind relativ unveränderlich. Dementsprechend sollten auch die Ausgabequoten eine gewisse Konstanz aufweisen. Doch steht hier eine andere wichtige Einflußgröße dazwischen: Die Handelsbilanzen zwischen den einzelnen Regionen müssen sich auf die Dauer ausgleichen.

3. Der Ausgleich der Handelsbilanzen

Die meisten makroökonomischen Theorien, die sich mit Problemen des Wachstums beschäftigen, beschränken sich auf eine geschlossene Volkswirtschaft oder schalten den Einfluß von außen dadurch aus, daß sie Export und Import gleichsetzen. Jeder positive oder negative Handelsüberschuß würde die Entwicklung des Volkseinkommens beeinflussen und die Bestimmung des Systems erheblich komplizieren. In unserem Modell sind jedoch die Handelsbeziehungen zwischen den betrachteten Einheiten, den Regionen, ein wesentliches Element und darüber hinaus erforderte die Flexibilität des Modells die Möglichkeit unausgeglichener Handelsbeziehungen. Eine unbedingte Gleichheit von Export und Import jeder Region würde zwar nicht die interregionale Weiterleitung der Impulse verhindern, doch ergäbe sich bei Konstanz der durchschnittlichen Importraten eine immer gleichbleibende Relation zwischen dem Einkommen der einzelnen Regionen. Erhöhte sich das Einkommen einer Region um 10 %, so müßten auch alle anderen Regionen in der gleichen Periode ein um 10 % höheres Einkommen aufweisen. Da aber in Wirklichkeit die Relationen zwischen den Regionaleinkommen durchaus nicht immer konstant sind, vielmehr oft von einer Regionalpolitik gefordert wird, die bestehende regionale Verteilung des Einkommens zu verändern, muß

---

1) Im Anhang wird auf die Bestimmung der Relationen näher eingegangen.

entweder die Konstanz der Importneigungen oder die Ausgeglichenheit der Handelsbilanzen geopfert werden.

Der Ausgleich der Handelsbilanz einer Region läßt sich durch die folgende Überlegung begründen:
Man kann die Volkswirtschaft gedanklich in immer kleinere geographische Einheiten zerlegen und kommt schließlich an den Punkt, an dem jede "Region" nur ein Wirtschaftssubjekt enthält (einen Konsumenten oder einen Produzenten). Zwischen je zwei Wirtschaftssubjekten gibt es Güterströme, doch können diese nicht immer nur einseitig fließen; kein Individuum und auch kein Unternehmen wird auf die Dauer mehr Güter an andere Wirtschaftssubjekte liefern, als es von diesen erhält. Die "Handelsbilanz" des Subjektes wird sich auf die Dauer also immer ausgleichen. Genau dasselbe muß man dann aber auch für die Regionen jeder Größe gelten lassen, da diese Regionen sich ja aus solchen Wirtschaftssubjekten zusammensetzen und die Handelsbeziehungen zwischen den Regionen aus Beziehungen zwischen einzelnen Wirtschaftseinheiten bestehen. Irgendwann werden die Handelsbilanzen aller Regionen einem Ausgleich zustreben. Dieser Ausgleich wird vielleicht erst nach längerer Zeit stattfinden und kann mit den verschiedenen anderen Regionen zu ganz verschiedenen Zeitpunkten eintreten.

Unterstellen wir, daß die Relationen zwischen den Einkommen der Regionen infolge der eigenen Dynamik und durch staatliche Maßnahmen nicht konstant bleiben werden, so ist die Konstanz der Handelsparameter auf die Dauer nicht haltbar. Ein Ausgleich von Export und Import einer Region manifestiert sich in einer Veränderung der durchschnittlichen externen Ausgaberate der betreffenden Region und mindestens einer der mit ihr handelnden Regionen, bzw. einer Abweichung der marginalen von der durchschnittlichen Ausgabeneigung. Der Ausgleich wird nur langsam erfolgen und von kompensierenden und verstärkenden anderen Effekten begleitet sein. Gerade dieser allmähliche Übergang läßt sich nur schwer im Modell darstellen.

In einem dynamischen Modell kann von den beiden Strukturmerkmalen, nämlich konstanten Ausgabeparametern und ausgeglichener Zahlungsbilanz, immer nur eines gültig sein. Allerdings ist gerade für die Wachstumstheorie nur die Annahme konstanter Ausgaberaten von wesentlichem Erkenntniswert und nur sie wurde in den bisher bestehenden regionalen Input-Output-Theorien und in den Außenhandelstheorien verwandt. Obwohl damit eigentlich eine kurzfristige Bedingung in eine langfristige Wachstumsuntersuchung eingefügt wird, wollen wir hier doch den üblichen Wachstumstheorien folgen und konstante Parameter unterstellen.

4. Die Bestimmung des regionalen Ausgabemultiplikators

a) Die Multiplikatortheorie in ihrer klassischen Form, so wie sie besonders Keynes zugeschrieben wird, zeigt die Wirkung einer autonomen Ausgabenerhöhung auf das Volkseinkommen einer geschlossenen Volkswirtschaft und geht nicht auf irgendwelche Einkommensverschiebungen innerhalb dieser Volkswirtschaft ein. Allerdings hatte man sich schon vor Keynes mit den Problemen befaßt, die einer Volkswirtschaft aus der Verknüpfung mit anderen Volkswirtschaften entstehen. Clark[1] entwickelte als erster den Exportmultiplikator und verknüpfte dadurch die Außenhandelstheorie mit der modernen Kreislauftheorie. Machlup[2] empfand den Mangel der interdependenten Verflechtung und baute den Exportmultiplikator in ein Zwei- und Dreiländermodell ein. Dieses Modell ist bereits die Urform aller Mehrsektormodelle. Aber während der Keynesianische Multiplikator und auch Machlups Zweiländerfall noch konkreten Beispielen zugänglich waren, weicht die einfache Rechenbarkeit bei den Mehrsektorenmodellen einer kompliziert aussehenden Algebraisierung.

Goodwin und Chipman[3], die beiden Hauptvertreter des Mehr-Sektoren-Multiplikators, ließen sich von der Idee der Input-Output-Matrix Leontiefs inspirieren. Beide Theoretiker faßten den Multiplikator so allgemein, daß er nicht nur für die Beziehungen zwischen Volkswirtschaften, sondern auch innerhalb der Volkswirtschaft anwendbar ist. Hier ist die Wahlmöglichkeit der Gruppierungskriterien fast unbegrenzt. Chipman meint dazu[4]: "The most obvious application of the multisector multiplier is its use in the analysis of interregional and international income movements. The economy may also be divided into classes or income groups, urban und rural areas, government and private sectors". Die regionale Differenzierung ist dem Prinzip des Außenhandels am nächsten verwandt und dementsprechend ergeben sich nur relativ geringe Schwierigkeiten bei der Übertragung von Begriffen wie Volkseinkommen, marginale Konsum- oder Importneigung aus der Theorie des Exportmultiplikators.

---

1) John Maurice Clark, Strategic Factors in Business Cycles, New York 1934.
2) Fritz Machlup, International Trade and the National Income Multiplier, Philadelphia 1943, S. 90 ff.
3) John S. Chipman, The Multi-Sector ... a.a.O. S. 355 ff.
   R. Goodwin, The Multiplier as Matrix, Economic Journal Bd. 59, 1949
4) John S. Chipman, The Multi-Sector ... a.a.O. S. 357

b) Eine geschlossene Volkswirtschaft bestehe aus n Regionen, von denen jede einzelne in sich vollkommen homogen aufgebaut sein soll, so daß mit einheitlichen Ausgaberaten innerhalb jeder Region gerechnet werden kann. Außer den Regionen gibt es keine Gebiete, mit denen Handel getrieben wird. Innerhalb der Regionen und zwischen ihnen fließen Güterströme, denen Geld- und Einkommensströme wertmäßig entsprechen.

Wie wir bereits in Abschnitt 1 andeuteten, setzt sich das Einkommen in einer Region zusammen aus den Ausgaben, die innerhalb der Region für Güter der eigenen Produktion getätigt werden, und den Ausgaben, die in anderen Regionen für die eigenen Güter gemacht werden:

$$
\begin{aligned}
Y_1 &= X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1n} \\
Y_2 &= X_{21} + X_{22} + \ldots + X_{2n} \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
Y_n &= X_{n1} + X_{n2} + \ldots + X_{nn}
\end{aligned}
\qquad (8)
$$

Da die exakte Multiplikatortheorie nicht mit durchschnittlichen, sondern mit marginalen Parametern arbeitet, wollen wir auch die Einkommensänderungen bestimmen. Gleichzeitig sollen auch die autonomen Ausgabenströme von den einkommeninduzierten unterschieden werden. Gemäß der gängigen Außenhandelstheorie unterstellen wir dabei, daß sämtliche Güterstromänderungen zwischen den Regionen, die "Importänderungen" oder (in Anlehnung an das englische "extraspend") die externen Ausgabenänderungen, proportional den Einkommensänderungen der importierenden Region sind. Wir können die Beziehungen zwischen den Ausgabeänderungen durch folgendes Gleichungssystem beschreiben:

$$
\begin{aligned}
dY_1 &= dE_1 + (u_1 - m_1)dY_1 + m_{12}dY_2 + \ldots + m_{1n}dY_n \\
dY_2 &= dE_2 + m_{21}dY_1 + (u_2 - m_2)dY_2 + \ldots + m_{2n}dY_n \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
dY_n &= dE_n + m_{n1}dY_1 + m_{n2}dY_2 + \ldots + (u_n - m_n)dY_n
\end{aligned}
\qquad (9)
$$

Die Veränderungen der regionalen Einkommen setzen sich zusammen aus den autonomen Ausgabenerhöhungen und den durch andere Einkommensänderungen induzierten Ausgabensteigerungen. Die Werte m_{ij} stellen die regionalen Ausgaberaten für Güter aus anderen Regionen dar. m_i ist die Summe aller externen Ausgaberaten der Region i, u_i die gesamte Ausgabeneigung in der Region i. Die Differenz $u_i - m_i$ läßt sich demnach als interne regionale Ausgabeneigung bezeichnen und gegebenenfalls auch durch m_{ii} wiedergeben.

Das obige Gleichungssystem läßt sich in der Form einer Matrixgleichung schreiben:

(10) $$\vec{dY} = \vec{dE} + \overrightarrow{\overrightarrow{m}} \cdot \vec{dY}$$

In der Gleichung stehen $\vec{dY}$ und $\vec{dE}$ für Spaltenvektoren, $\overrightarrow{\overrightarrow{m}}$ für eine quadratische Matrix. Durch einfache Umformungen erhalten wir schließlich eine Bestimmungsgleichung für die Einkommensveränderungen

(11) $$\vec{dY} = (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{m}})^{-1} \cdot \vec{dE}$$

die nichts anderes als eine regional interpretierte Form des allgemein bekannten Ausgabenmultiplikators ist.

Unter dem Begriff Multiplikator werden oft zwei verschiedene Begriffe abgehandelt [1]; einmal kann die Multiplikatorformel die Summe sämtlicher Einkommensveränderungen angeben, die bis zur Wiedererreichung der ursprünglichen Gleichgewichtssituation durch einen einzigen Ausgabestoß dE bewirkt werden; zum anderen gibt sie an, um wieviel ein neues Gleichgewichtseinkommen sich von einem früheren unterscheidet, wenn das Niveau der autonomen Ausgaben um $\vec{dE}$ verändert wurde. Im weiteren Verlauf der Untersuchung wollen wir uns auf die zweite Version des Multiplikators beschränken.

Die inverse Matrix $(\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{m}})^{-1}$ stellt den üblichen Multiplikator dar. Ausführlich geschrieben sieht der Mehr-Regional-Multiplikator folgendermaßen aus:

(12) $$(\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{m}})^{-1} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} \cdots & k_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ k_{n1} & k_{n2} \cdots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

Dabei ist k_{ij} die Multiplikatorwirkung, die eine autonome Ausgabenänderung um eine Geldeinheit in der Region j auf das Einkommen der Region i ausübt.

5. Die Stabilität des Mehr-Regionen-Multiplikators

a) Bisher beschäftigte uns der Multiplikator in einem statischen Modell. "The multiplier formular gives a comparison of the values the dependent variable has in two equilibrium positions of the system, differing in the values of the independent variable. Nothing is said about the time it takes to pass from one equil-

---

1) Vgl. Paul A. Samuelson: A Fundamental Multiplier Identity, in Econometrica Bd. 11, 1943

ibrium position to another, nor about the path of the transition"[1]. Doch "the existence of an equilibrium consistent with the model (once reached always maintained) does not imply that any divergence is followed by a movement back to the static position"[2].

Um festzustellen, ob eine Ausgabenänderung zu einem neuen Gleichgewicht führt oder nicht, ob der Multiplikatorprozeß stabil ist, müssen wir uns eines dynamischen Ablaufmodells bedienen. Ein dynamisches Modell kann auf Differenzengleichungen oder Differentialgleichungen beruhen. Im Endergebnis gibt es kaum Unterschiede zwischen den beiden Wegen. Auch in ihrer Realitätsnähe unterscheiden sich die beiden Methoden nur unwesentlich, da bei der ersten die Einführung der Lags, bei der zweiten die Verwendung von Anpassungsgeschwindigkeiten weitgehende Vereinfachungen verlangt. Metzler bedient sich der Differentialanalyse, Chipman und Goodwin verwenden die Differenzmethode, der auch ich mich wegen der anschaulicheren mathematischen Begriffe bedienen möchte.

Der Grund für den verzögerten Eintritt eines neuen Gleichgewichtszustandes nach einer autonomen Störung liegt in der mangelnden Anpassungsfähigkeit, bzw. -willigkeit der Wirtschaftssubjekte. Weder Haushalte noch Unternehmungen können das erhaltene Einkommen im gleichen Moment wieder ausgeben. Die Verzögerung zwischen Einnahme und Ausgabe des Einkommens (Robertson-Lag) wird allerdings individuell verschieden lang sein und zudem auch sehr ungleichmäßig einsetzen. Goodwin meint: "there is no one lag but many endless compounded", und "if we wish to make aggregative analysis as a simple, though crude, approximation to realtiy, we must insert a fictitious lag that looks much longer than the observable constituent lags"[3]

Ebenso wie Chipman und Goodwin wollen wir auch nicht auf temporäre und regionale (bei Goodwin sektorale) Unterschiede der Verzögerungen eingehen, sondern grundsätzlich eine Verzögerung von einer Zeiteinheit der Ausgabe hinter der Einnahme unterstellen. Wie lang solch eine Einheit in der Realität ist, soll an dieser Stelle noch nicht interessieren.

Wir können unter Einbeziehung des Ausgabenlags die Gleichung (10) ändern:

---

1) Oskar Lange, The Theory of Multiplier, Econometrica Bd. 11, 1943, S. 237.
2) R.G. D. Allen, Mathematical Economics, London 1957, S. 11
3) R. Goodwin, The Multiplier ..., a.a.O., S. 553

(13) $$\vec{dY}_t = \vec{dE}_t + \vec{\vec{m}} \cdot \vec{dY}_{t-1}$$

Lange charakterisiert eine entsprechende Gleichung folgendermaßen: "This equation expresses the marginal increment in income at any moment of time as the additive result of (a) an induced increase in income caused by the increase in income y (t-1) [bei uns $\vec{dY}_{t-1}$], which took place one unit of time back, and (b) a simultaneous autonomous increase in spending e (t) [bei uns $\vec{dE}_t$]."[1)]

Nehmen wir an, daß in der Periode 0 durch bestimmte Ausgabeveränderungen, die sich in einem Vektor $\vec{dE}$ zusammenfassen lassen, Einkommensänderungen von $\vec{dY}_1$ ergeben und von da an die Ausgaben konstant bleiben, so ist die Einkommensveränderung in der Periode 1 durch

(14) $$\vec{dY}_1 = \vec{\vec{m}} \cdot \vec{dE}$$

in der Periode t durch

(15) $$\vec{dY}_t = \vec{\vec{m}}^t \cdot \vec{dE}$$

gegeben.

Gehen wir von der Voraussetzung aus, daß sich die Übergangsmatrix $\vec{\vec{m}}$ im Verlaufe der Zeit nicht ändert, so können wir die gesamte Einkommensänderung gegenüber der Ausgangsperiode durch eine Summenformel ermitteln, die die Einkommensänderungen aller Perioden zusammenfaßt:

(16) $$\sum_t^{\smile} \vec{dY}_t = \sum_t (\vec{\vec{m}}^t \cdot \vec{dE})$$

Lassen wir t ins Unendliche wachsen, so wird sich die durch den Ausgabestoß $\vec{dE}$ hervorgerufene Einkommensveränderung unter bestimmten Bedingungen einem Grenzwert nähern

(17) $$\sum_{t=0}^{\infty} \vec{dY}_t = (\vec{\vec{1}} - \vec{\vec{m}})^{-1} \cdot \vec{dE}$$

Das Einkommen der Regionen strebt in unserem Modell dann einem Gleichgewichtszustand zu, wenn die durch den Ausgabenstoß hervorgerufenen Änderungen im Zeitablauf abklingen, d.h. wenn $\lim_{t \to \infty} dY_t = 0$. Als Indiz dafür, daß eine

---

1) Oskar Lange, The Theory of Multiplier, a.a.O., S.238

Gleichgewichtssituation existiert, können wir die Relation zwischen zwei aufeinander folgenden Einkommensänderungen, einen sog. Operator, verwenden:

(18) $$\vec{dY}_t = \lambda \cdot \vec{dY}_{t-1}$$

Mit Hilfe dieses Operators lassen sich folgende Bedingungen für die Entwicklung der Einkommen aufstellen: Liegen die Werte für λ zwischen +1 und ∞, so werden die Einkommen einer monotonen, explosiven Entwicklung unterliegen. Liegen die Elemente zwischen -1 und $-\infty$, so wird die Entwicklung ebenfalls explosiv, also vom Gleichgewichtswert fortstrebend sein, jedoch unter ständigem Wechsel des Vorzeichens. Nur wenn alle Werte für den Operatoren λ absolut kleiner als 1 sind, löst ein Ausgabenstoß eine gedämpfte Abweichung vom Gleichgewicht aus. Je nach dem Vorzeichen wird diese Abweichung nur in einer Richtung oder abwechselnd in beide Richtungen erfolgen.

Die Stabilität ist also gewährleistet, wenn alle möglichen Werte für den Operatoren λ absolut kleiner als 1 sind. Berücksichtigt man, daß λ auch komplex werden kann, so muß diese Bedingung erweitert werden: "Stability requires that ... (λ lies) within the unit circle of the complex plane".[1] Anders ausgedrückt bedeutet dies, daß das Produkt zweier konjugiert komplexer Wurzeln als Lösungen für λ absolut kleiner als 1 bleiben muß.

Besteht keinerlei Verbindung zwischen den Regionen, so wird für jede Region eine unterschiedliche Einkommensentwicklung zu verzeichnen sein. Sind dagegen vom Einkommen abhängige Handelsbeziehungen vorhanden, so können sich die regionalen Einkommen nur im Gleichschritt entwickeln. Es ist dann nicht möglich, daß der Multiplikator in einer Region stabil, in einer anderen instabil ist; denn das Gleichgewicht der ersten würde dauernd durch Güterlieferungen in die zweite Region gestört. Wie in kommunizierenden Röhren wird sich die Wachstumsrate der Einkommen allmählich ausgleichen[2]. Im folgenden wollen wir die Voraussetzunge für die Stabilität des Mehr-Regional-Multiplikators anschließend an Aufsätze von Chipman[1] und Metzler[3] untersuchen.

b) Wir gehen von der Gleichung (13) aus und setzen für die laufende Periode t die autonomen Ausgaben gleich 0, da wir die Wirkung lediglich einer einzigen Ausgabeerhöhung betrachten wollen. Für die Periode t ergibt sich dann

---

1) John S. Chipman: The Multi-Sector ..., a.a.O., S. 364

2) Vgl. hierzu die eingehenderen mathematischen Ausführungen im Hauptteil 2.

3) Lloyd Metzler: A Multi-Region Theory ..., a.a.O., S. 336

(19) $$\vec{\vec{1}} \cdot d\vec{Y}_t - \vec{\vec{m}} \cdot d\vec{Y}_{t-1} = 0$$

und durch Einsetzen der Gleichung (18)

$$\vec{\vec{1}} \cdot \lambda \cdot d\vec{Y}_{t-1} - \vec{\vec{m}} \cdot d\vec{Y}_{t-1} = 0$$

(20) $$(\vec{\vec{1}} \cdot \lambda - \vec{\vec{m}}) \cdot d\vec{Y}_{t-1} = 0$$

Die eine mögliche Lösung, die den Vektor dY_{t-1} Null gleichsetzt, ist trivial, d.h. ohne besonderen Erkenntniswert. Die für uns wichtige Lösung tritt dann ein, wenn die Determinante

(21) $$\left| \vec{\vec{1}} \cdot \lambda - \vec{\vec{m}} \right| = \begin{vmatrix} \lambda - u_1 + m_1 & -m_{12} \cdots & -m_{1n} \\ -m_{21} & \lambda - u_2 + m_2 \cdots & -m_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -m_{n1} & -m_{n2} \cdots & \lambda - u_n + m_n \end{vmatrix}$$

gleich Null ist. Diese Determinantengleichung wird auch "charakteristisches Polynom" genannt, da sie nichts anderes als eine Gleichung n-ter Ordnung ist. Dementsprechend kann man daraus n Wurzeln oder Eigenwerte ermitteln, die alle die Ursprungsgleichung erfüllen. Von diesen n Wurzeln wird sich schließlich die absolut größte durchsetzen, also für die Einkommensveränderungen in allen Regionen gelten. Zur Stabilität des Ausgabenmultiplikators ist es demnach notwendig und hinreichend, daß die größte Wurzel absolut kleiner ist als 1.

Chipman[1] setzt seine Stabilitätsuntersuchungen an einer Matrix an, die in der von uns gewählten Schreibweise folgendermaßen aussieht:

(22) $$\left| \vec{\vec{1}} - \vec{\vec{m}} \right| = \begin{vmatrix} 1 - u_1 + m_1 & -m_{12} \cdots & -m_{1n} \\ -m_{21} & 1 - u_2 + m_2 \cdots & -m_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ -m_{n1} & -m_{n2} \cdots & 1 - u_n + m_n \end{vmatrix}$$

Chipman nennt zunächst zwei Bedingungen für die Stabilität des interdepenten Systems, die zwar nur notwendig, aber nicht ausreichend sind und beruft sich bei der Ableitung auf eine Monographie Aitkens[2].

Die Tatsache, daß Bedingungen nur notwendig und nicht ausreichend sind, besagt folgendes: "They are not sufficient to guarantee stability. That is, if

---

1) John S. Chipman, The Multi-Sector ..., a.a.O., S. 364 ff.

2) A.C. Aitken, Determinants and Matrices, Edinburgh and London, 1962, S. 88

a system fails to meet any one of the tests ... we can be sure the system is unstable. But we never be sure of the stability of another system which passes all ... tests."[1)]

Die Bedingungen Chipmans lauten:
"Condition 1: A necessary condition for stability is that the trace of I-M (bei uns $\overleftrightarrows{1} - \overleftrightarrows{m}$) be positive and less than twice the numbers of sectors" und
"Condition 2: A necessary condition for stability is that the determinant of I-M be positive."[2)]
Die beiden genannten Bedingungen sind zwar, wie gesagt, notwendig, reichen aber nicht aus, die Stabilität des Mehr-Regionen-Multiplikators zu garantieren. Nach Aitkens Regel ließen sich in der gleichen Weise noch mehr solcher notwendiger Bedingungen formulieren, doch wären diese weit schwerer zu handhaben und ließen auch nur komplizierte ökonomische Deutungen zu.

Chipman versuchte, weitere enger gefaßte Bedingungen zu entwickeln, indem er die Stabilität des Multiplikators nicht allgemein, sondern unter besonderen Bedingungen untersuchte. Er bewies, daß die Multiplikatorwirkung für jede Region positiv ist, wenn alle charakteristischen Wurzeln der Austauschmatrix kleiner oder gleich 1 sind, d.h. wenn der Multiplikator stabil ist und wenn die Elemente außerhalb der Hauptdiagonale, also die marginalen externen Ausgabeneigungen, größer oder gleich Null sind. Der Multiplikator der Region i ergibt sich dabei aus der Summierung der i-ten Spalte der Multiplikatormatrix (12). Infolge der genannten Einschränkung kann Chipman die Bedingung enger fassen: "If there are no negative marginal propensities to extraspend, a necessary condition for stability is that each marginal propensity to intraspend be less than unity."[3)]

Die oben angeführten Bedingungen für die Stabilität des Multiplikators sind notwendig, aber nicht hinreichend. Sie haben aber den Vorzug, daß sich die Stabilität bzw. Instabilität unmittelbar aus der Größe der Ausgabeneigung ergibt und keine schwierigen Transformationen notwendig sind.

Außer diesen lediglich notwendigen Bedingungen erwähnt Chipman noch ganz kurz die sog. Schur-Bedingungen, die sowohl notwendig als auch hinreichend

---

1) William S. Baumol, Economic Dynamics, 2nd ed., New York 1959, S. 364
2) John S. Chipman, The Multi-Sector ..., a.a.O., S. 366 ff.
3) John S. Chipman, The Multi-Sector-Multiplier ..., a.a.O., S. 369

sind[1]. Jochen Schumann[2] wandelte die Schur-Bedingungen aus ihrer mathematisch-abstrakten Form in eine übersichtlichere Gestalt. Schumann ging aus von dem charakteristischen Polynom, also der in eine Gleichung n-ter Ordnung umgeformte Determinante, und bestimmte 2 n Ungleichungen, die in ihrer Gesamtheit über die Stabilität des Mehr-Sektor-Multiplikators Aussagen machen konnten. Dabei reichen sogar weniger als 2 n Ungleichungen zur Bestimmung der Stabilität aus, wenn die Ausgabequoten nur in geringem Ausmaß um einen Mittelwert streuen. Im folgenden wollen wir untersuchen, inwieweit die Schur-Bedingungen mit den Abgrenzungen Chipmans korrelieren.

d) Die Stabilitätsbedingungen des Sektorenmultiplikators lassen sich, wenigstens in vereinfachter Form, in dem Schema Fig. 2 darstellen. Die Vereinfachungen schalten den Einfluß unterschiedlicher Parameter auf den Multiplikator aus und geben nur die unmittelbaren Wirkungen der Mehrregionalität wieder. Es wird unterstellt, daß alle internen und externen marginalen Ausgabeneigungen unter sich gleich sind. Also

(23) $$c = (u_1 - m_1) = (u_2 - m_2) = \ldots = (u_i - m_i)$$

Auf der Abszisse der Darstellung (Fig. 2) sei die marginale interne Ausgabeneigung einer Region (c), auf der Ordinate die Summen der externen Ausgabeneigungen einer Region, nämlich $m = \sum_j m_{ij}$ unter der Voraussetzung:

(24) $$m_{12} = \ldots = m_{1j} = \ldots = m_{i2} = \ldots = m_{ij} \; (i \neq j)$$

abgetragen.

Wir können nun die Gleichung (21) durch die eingeführten Vereinfachungen modifizieren und erhalten als Lösungsdeterminante

(25) $$\left| \vec{\vec{1}} \cdot \lambda - \vec{\vec{m}} \right| = \begin{vmatrix} \lambda - c & -\frac{m}{n-1} & \ldots & -\frac{m}{n-1} \\ -\frac{m}{n-1} & \lambda - c & \ldots & -\frac{m}{n-1} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -\frac{m}{n-1} & -\frac{m}{n-1} & \ldots & \lambda - c \end{vmatrix}$$

---

1) John S. Chipman, The Multi-Sector-Multiplier, ..., a.a.O., S. 370

2) Jochen Schumann, Die Sektoranalyse als Instrument konjunkturtheoretischer Untersuchungen, Bln. 1959, S. 74 ff.

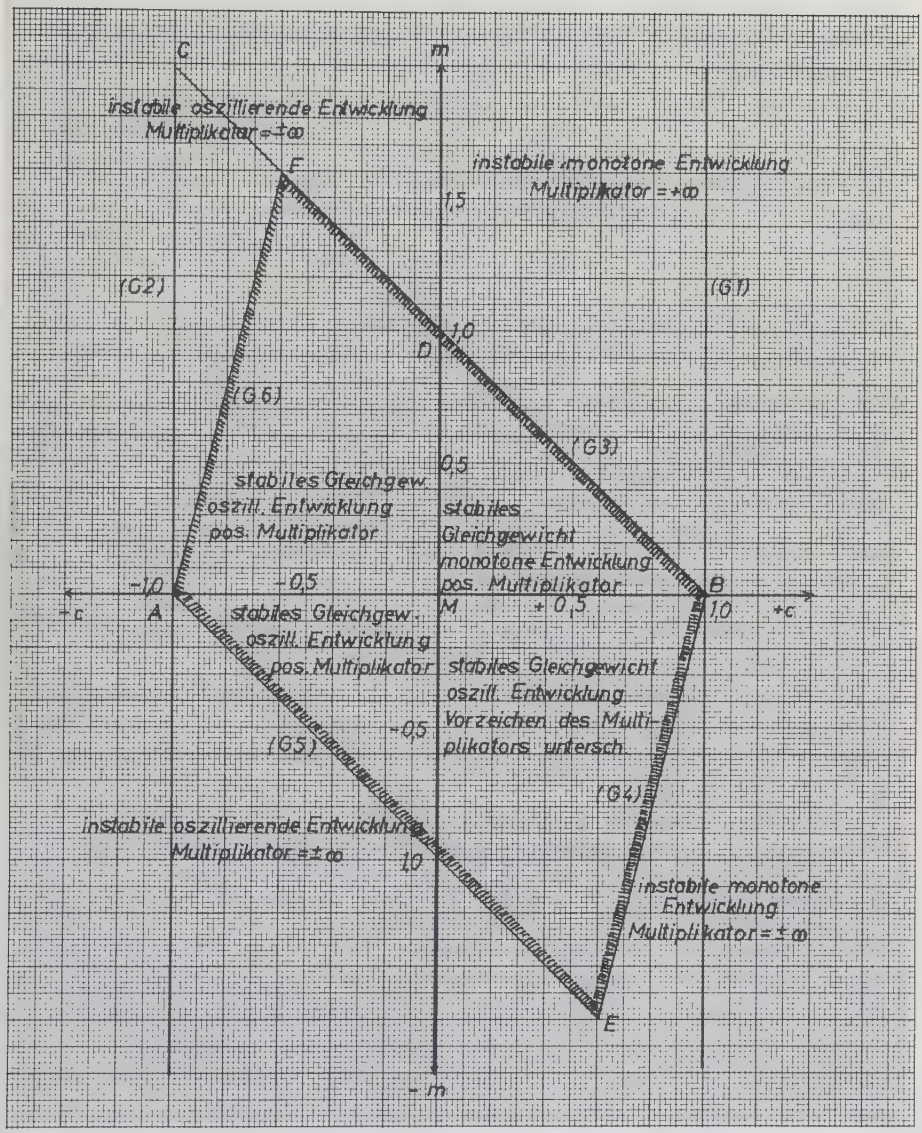

Fig. 2 Graphische Darstellung der Stabilitätskriterien beim Mehr-Regionen-Modell

Schon die beiden einfachsten Grenzbedingungen Schumanns genügen zur Abgrenzung des stabilen Bereichs. Setzen wir die Werte der Handelsmatrix in diese beiden Ungleichungen ein, so erhalten wir nach gewissen Modifizierungen folgende vier Abgrenzungen:

(G3) $c + m \leq 1$ oder $u \leq 1$

(G4) $c - \frac{m}{n-1} \leq 1$

(G5) $c + m \geq -1$ oder $u \geq -1$

(G6) $c - \frac{m}{n-1} \geq -1$

Das Parallelogramm in Fig. 2 beinhaltet notwendig und hinreichend alle Werte der Ausgabeneigungen, die zu einer stabilen Multiplikatorentwicklung führen.

Wie man aus den Gleichungen erkennen kann, sind (G3) und (G5) unabhängig von der Ordnung der Übergangsmatrix, bzw. der Zahl der Regionen, während (G4) und (G6) umso steiler werden, je größer n wird, und bei $n = \infty$ schließlich parallel zur Ordinate verlaufen.

In dem Parallelogramm kann man vier Felder unterscheiden, die durch die Koordinatenachsen abgegrenzt werden.

Im I. Quadranten haben wir eine monotone Entwicklung zum stabilen Gleichgewicht mit positivem Multiplikator,
im II. Quadranten eine oszillierende Entwicklung zum stabilen Gleichgewicht mit positivem Multiplikator,
im III. Quadranten eine oszillierende Entwicklung zum stabilen Gleichgewicht mit unterschiedlichem Vorzeichen des Multiplikators,
im IV. Quadranten eine monotone Entwicklung zum stabilen Gleichgewicht mit unterschiedlichem Vorzeichen des Multiplikators.

Außerhalb des Parallelogramms finden wir nur instabile Situationen mit teilweise monotonen, teilweise oszillierenden Entwicklungen vor.

Heben wir die Einschränkung vollkommen identischer Regionen auf, so verlieren die Grenzbedingungen (G3 bis G6) ihren Wert als hinreichende Abgrenzungen. Die Parameter mancher Regionen können außerhalb, anderer Regionen innerhalb der Grenzen liegen. Hier müssen die anderen 2(n-1) Schur'schen Bedingungen als Ergänzung herangezogen werden. Sie sind allerdings in ihrer Ableitung wesentlich komplizierter als die bisher genannten.

Wie verhalten sich die notwendigen Stabilitätsbedingungen Chipmans nun zu den

notwendigen und hinreichenden Schurs? Chipmans Bedingung Nr. 1 ergäbe in unserem Schema die beiden Parallelen (G1) und (G2) zur Ordinate. Diese beiden Abgrenzungen umschließen zwar alle stabilen Situationen, umfassen jedoch auch Punkte, die einen instabilen Multiplikator hervorbringen. Erst wenn die Zahl der Regionen ins Unendliche wächst (wenn $n \to \infty$), entsprechen (G4) und (G6) den Grenzen (G1) und (G2).

Durch die Stabilitätsbedingung Nr. 2 grenzt Chipman den stabilen Bereich weiter ein. Die positive Determinante führt nach einigen Umformungen zu dem Ergebnis, daß die beiden Bedingungen

(G3) $$c + m \leq 1$$

(G4) $$c - \frac{m}{n-1} \leq 1$$

gelten. Das bedeutet, daß Chipmans zweite Bedingung nur zwei der vier erforderlichen Abgrenzungen liefert. Die Tatsache, daß zwei der Grenzbedingungen fehlen, zwingt Chipman wohl zu der Einschränkung, nur positive Multiplikatoren zu untersuchen. Soll der Multiplikator für alle Regionen größer als Null sein, so müssen alle externen Ausgabeneigungen positiv sein; die untersuchten Fälle liegen daher in unserer Figur über der Abszisse.

Die dritte Bedingung Chipmans ändert nichts mehr an dem abgegrenzten Bereich, da sie nur eine Verdichtung der ersten Bedingung darstellt.

Es ergibt sich, daß der Multiplikator nach Chipman dann stabil und eindeutig positiv ist, wenn die Parameterkombinationen innerhalb des Dreiecks ABC liegen. Das stimmt mit unseren Beobachtungen überein, sobald n gegen ∞ strebt.

d) Nachdem wir die Ergebnisse Chipmans charakterisiert haben, wollen wir auch das Resultat der Stabilitätsuntersuchung Metzlers[1] einer Analyse unterziehen. Metzler verwendet die Differentialmethode und kommt zu einem ähnlichen Ergebnis wie Chipman, wenn er auch die Bedingungen nicht so allgemein setzt. Zunächst begrenzt er den Bereich, den er betrachten will: "... coefficients such as m'_{ij} (bei uns m_{ij}) are assumed to be positive or zero ..."[2] und beschränkt sich wie Chipman auf den Bereich über der Abszisse. Nach eingehenden Überlegungen kommt Metzler zu dem Schluß: "First, if the marginal propensity to spend, including expenditure on investment goods as well on consumers' goods,

---

1) Lloyd Metzler, A Multi-Region-Theory ..., a.a.O., S. 338 ff.
2) Lloyd Metzler, A Multi-Region-Theory ..., a.a.O., S. 338

is less than unity in every country, the system is necessarily Hicksian and therefore stable. Second, if the marginal propensity to spend is greater than unity in every country, the system cannot be Hicksian and must therefore be unstable"[1].

Dieses Ergebnis enthält implizit bereits unsere Abgrenzung (G3). Damit kommt auch Metzler zu den beiden begrenzenden Strahlen AB und BC. Allerdings gibt er keine ausdrückliche Grenze nach links, wie es Chipman tat.

Ich bin geneigt, aus der Tatsache, daß Metzler nur ökonomisch sinnvolle oder verifizierbare Fälle untersucht, zu schließen, daß er nicht nur positive externe Grenzausgaben explizit berücksichtigt, sondern daß er implizit auch mit positiven internen Grenzausgaben arbeitet. Das ist allerdings Vermutung, die aber dadurch erhärtet wird, daß nur in diesem Fall der ausschließliche Anspruch Metzlers auf Stabilität gerechtfertigt ist. Die zitierte Bedingung würde dann besagen, daß alle Werte von c und m, die innerhalb des Dreiecks AOD liegen, die Stabilität des Multiplikators garantieren, während alle anderen Kombinationen im I. Quadranten notwendigerweise Instabilität herbeiführen. Dieses Ergebnis wird auch in der Praxis als einziges Bedeutung haben.

6. Besondere Eigenschaften der Mehrregional-Multiplikators

Die genannten Eigenschaften des Mehrregional-Multiplikators sind sehr allgemein gefaßt. Man müßte besondere Werte für die Ausgabeneigungen einsetzen, um das Ausmaß der Multiplikatorwirkung feststellen zu können. Doch ist es möglich, aus der allgemeinen Formel wenigstens einige Eigenschaften des normalen Mehrregional-Multiplikators abzuleiten.

a) Der Mehrregional-Multiplikator und andere Multiplikatoren

In der Familie der Multiplikatoren sind dem beschriebenen Mehrregional-Multiplikator vor allem der Investitions-Multiplikator und der Import-Multiplikator eng verwandt. Metzler verglich diese drei Multiplikatorentypen, dachte dabei allerdings nicht an Regionen, sondern an Volkswirtschaften. Er kam zu dem Schluß, daß "in the normal case in which the marginal propensity to spend is less than unity in every country, the value of the generalized multiplier lies

---

1) Lloyd Metzler, A Multi-Region-Theory ..., a.a.O., S.340

between the ordinary multiplier and the foreign trade multiplier"[1]. Oder in einer Formel ausgedrückt, wobei k_{ii} der Mehrregional-Multiplikator ist:

$$(26) \qquad \frac{1}{1-u_i+m_i} \leq k_{ii} \leq \frac{1}{1-u_i}$$

In dieser Ungleichung ist u_i die marginale Ausgaberate einer Volkswirtschaft oder Region i, bezogen auf deren Volkseinkommen und m_i die marginale Ausgaberate für importierte Güter in i, ebenfalls bezogen auf das Einkommen des entsprechenden Wirtschaftsgebietes.

$\frac{1}{1-u_i}$ ist der normale Investitionsmultiplikator in einer geschlossenen Volkswirtschaft. In $\frac{1}{1-u_i+m_i}$ ist dagegen berücksichtigt, daß ein Teil des Einkommens auch für Güter aus dem Ausland oder aus anderen Regionen ausgegeben wird. k_{ii} schließt darüber hinaus alle wirtschaftlichen Verflechtungen zwischen den Regionen oder Ländern ein.

Neben dem mathematischen Beweis gibt Metzler auch eine verbale Erklärung dieser Eigenschaften des - wie Metzler ihn nennt - verallgemeinerten Multiplikators, die wir ihrer Anschaulichkeit wegen ganz anführen wollen: "The foreign trade multiplier ist the smallest of the three because it assumes that a country's exports are given and independent of its imports. In a period of rising domestic income, in other words, the foreign trade multiplier tacitly assumes that increased expenditures on imports represent net leakages from the country's circular flow of income; no allowance is made for the fact that as imports rise the level of income in other countries also rises, and the demand for the particular country's exports therefore rises, to some extent, along with its imports. The generalized multiplier takes account of this secondary rise in the country's exports, and it is therefore larger than the foreign trade multiplier. The ordinary investment multiplier, on the other hand, makes no allowance either for the leakages from the circular flow of income arising from increased imports or for the return of some of these leakages in the form of increased exports; it assumes, instead, that every increase in expenditure represents an equivalent increase in domestic income. Now, since the secondary rise in exports is normally smaller than the increase in imports with which it is associated, it follows that foreign trade usually exerts a retarding effect upon a rise in income originating in domestic investment"[2].

---

1) Lloyd Metzler, A Multiple Region Theory ..., a.a.O., S. 345
2) Lloyd Metzler, A Multiple Region Theory ..., a.a.O., S. 346

b) Verknüpfung zwischen den Multiplikatoreffekten im Mehrregional-Modell

Johnson[1] kommt bei seiner kurzen Erörterung des Mehr-Länder-Multiplikators zu der Feststellung, daß die Multiplikatorwirkung in einem Land (bei uns Region) dann am stärksten ist, wenn die verursachende autonome Nachfrageerhöhung in dem gleichen Gebiete erfolgte, daß also $k_{ii} \geq k_{ij}$ ist. Johnson gibt hierfür eine einleuchtende Erklärung: "An increase in demand for another country's output will induce both increased saving and increased consumption by that country; of the increased consumption part will fall on this country's goods and part on the goods of the other countries; the increase in income generated by the later increase in output will also be partly saved and partly spent on consumption, and so on; so that the demand for its goods will increase only by a fraction of the increase in the demand for j's goods. Consequently, i's output will rise by less than it would if the demand for i's goods were increased by the same amount as the increase in demand for j's goods"[2].

Zu dem gleichen Ergebnis kommen wir, wenn wir den Multiplikator nach der von Metzler angegebenen Methode bestimmen[3]. Für ein Zwei-Regionen-Modell ist

$$(27) \qquad k_{11} = \frac{1-u_2+m_{12}}{(1-u_1+m_{21}) \cdot (1-u_2+m_{12}) - m_{12} \cdot m_{21}}$$

und

$$(28) \qquad k_{12} = \frac{m_{12}}{(1-u_1+m_{21}) \cdot (1-u_2+m_{12}) - m_{12} \cdot m_{21}}$$

Da u_2, die Ausgabeneigung in der Region 2, nicht größer sein wird als 1, muß k_{11} größer sein als k_{12}.

Schwieriger ist dagegen die Entscheidung darüber, in welcher Region sich ein und dieselbe Ausgabeveränderung am stärksten auswirken wird. Für das Zwei-

---

1) Harry G. Johnson: A Simplification of Multi-Country Multiplier Theory in: International Trade and Economic Growth, London 1958

2) Harry G. Johnson: A Simplification ..., a.a.O., S. 197

3) Vgl. Lloyd Metzler: A Multi-Region-Theory ..., a.a.O., S. 344.
Zu dem gleichen Ergebnis kommen wir auch, wenn wir von dem Zwei-Länder-Multiplikator bei Erich Schneider: Einführung in die Wirtschaftstheorie, III. Teil, 4. Aufl., Tübingen 1957, S. 301, ausgehen.

Regionen-Modell müssen wir die Multiplikatoren

$$(29) \qquad k_{11} = \frac{1-u_2+m_{12}}{(1-u_1+m_{21}) \cdot (1-u_2+m_{12}) - m_{12} \cdot m_{21}}$$

und

$$(30) \qquad k_{21} = \frac{m_{21}}{(1-u_1+m_{21}) \cdot (1-u_2+m_{12}) - m_{12} \cdot m_{21}}$$

vergleichen. Solange die Werte der einzelnen Ausgabequoten nicht bekannt sind, ist es möglich, daß die gleiche Ausgabenerhöhung sich in der aktiven oder in irgendeiner anderen Region stärker auswirkt.

Wir können die beiden Multiplikatorbeziehungen bei zwei Regionen an einem Beispiel plastisch machen. Das Einkommen (oder der Output) Hessens wird durch eine autonome Nachfrageänderung in Hessen auf jeden Fall mehr berührt als durch die gleich hohe Nachfrageänderung im Ruhrgebiet. Eine Nachfrageverschiebung in Hessen kann aber entweder in Hessen oder im Ruhrgebiet das Einkommen mehr verändern; die zweite Möglichkeit tritt dann ein, wenn Hessen einen großen Teil seiner Konsumgüter aus dem Ruhrgebiet abnähme.

Die beiden dargestellten Beziehungen zwischen den regionalen Multiplikatoren lassen sich genauso für mehr als zwei Regionen beweisen. Wir wollen hier jedoch nicht weiter darauf eingehen.

III. DIE AUFGLIEDERUNG DER GÜTERSTRÖME

1. Besonderheiten einer Aufgliederung

Leontief und Isard führen in ihrer Input-Output-Analyse neben der Bildung von Regionen auch eine detaillierte sektorale Disaggregierung durch. So nennt Isard als Beispiele Modelle mit 12 [1] oder gar 45 [2] verschiedenen Wirtschaftssektoren. Natürlich ist es interessant zu wissen, wieviel Güter etwa aus der Landwirtschaft der einen in die Konsumgüterindustrie einer anderen Region fließen; doch sind

---

1) Walter Isard, Interregional ..., a.a.O., S.328
2) Walter Isard, Interregional ..., a.a.O., S.354 f.

bei einer derartigen Aufschlüsselung meist nur noch Beschreibungen und keineswegs mehr grundlegende Untersuchungen über die zukünftige Entwicklung möglich. Das Hilfsmittel konstanter Inputkoeffizienten erlaubt zwar eine gewisse Prognostizierung, aber gerade aus dieser Konstanthaltung ergibt sich ein Widerspruch, der jede Vorhersage zu einem zweifelhaften Ergebnis kommen läßt. Eine starke Disaggregierung legt die komplizierten und äußerst veränderlichen Beziehungen zwischen den einzelnen Sektoren offen. So kann etwa innerhalb weniger Jahre ein ganzer Industriezweig sich völlig von der Kohle auf das Öl als Energiequelle umstellen oder aber ist es möglich, daß die Schrottverwertung bei der Stahlproduktion im Vergleich einiger Jahre um hohe Prozentsätze schwankt. Hier müßte auch die Veränderung der Inputkoeffizienten vorausgesagt werden können.

Um diese Schwierigkeiten auszuweichen, haben wir zunächst auf jede sektorale Gliederung verzichtet und untersuchten nur die Beziehungen zwischen den Einkommensgrößen der Regionen. Indessen zeigte sich bei diesem rein regionalen Modell, daß dadurch dem System jede immanente Entwicklungsfähigkeit verloren geht. Jede Veränderung der Variablen bedarf eines exogenen Anstoßes. Sobald dieser Impuls ausklingt, entsteht ein neues stationäres Gleichgewicht.

Da wir aber den Charakter des endogenen Wachstums untersuchen wollen, müssen wir ein dynamisches Element in das System einbauen. Wie bei den meisten Wachstumsmodellen kommt diese Dynamik auch in den Modellen von Harrod und Domar aus dem Zusammenwirken mehrerer Sektoren, nämlich dem des Konsums und der Investition. Auch wir wollen uns hier der einfachsten Möglichkeit eines Expansionsmodells bedienen und die Güterströme zwischen den Regionen in die beiden Gruppen Investitionsgüter und Konsumgüter trennen[1]. Diese Aufteilung der produzierten Güter soll die Grundlage all unserer Modellüberlegungen sein.

2. Der Handel mit Konsumgütern

a) Konsumgüter sind solche Güter, die dem Endverbrauch dienen. Allerdings ist

---

1) Eine eingehendere Wachstumsstudie könnte die Güterströme vielleicht in vier Gruppen zerlegen: Grundkonsumgüter (abhängig von der Bevölkerungszahl), zusätzliche Konsumgüter (abhängig vom Regionaleinkommen), Investitionsgüter (abhängig von der Veränderung der Regionalkapazität) und Rohstoffe (abhängig von der Produktion in einer Region).

die statistische Abgrenzung nicht so einfach wie diese Definition. Die Grenzlinie zwischen Konsum- und Investitionsgütern zieht sich mitten durch die verschiedenen Sektoren, ja oft genug ist ein Gut gleichzeitig für den Konsum und für die Investition verwendbar. Doch wollen wir uns hier nicht mit Abgrenzungsfragen beschäftigen.

b) Innerhalb der Regionen und zwischen ihnen werden Konsumgüter gehandelt. Aber wie kann man die Quantität dieser Güterströme bestimmen? In einem Modell, das später sehr komplex zu werden verspricht, muß man die Grundbeziehungen möglichst einfach gestalten. Ebenso wie in den Modellen Harrods und Domars wollen wir davon ausgehen, daß eine konstante Beziehung zwischen der Konsumnachfrage und dem Einkommen einer bestimmten Region besteht. In jeder Region wird ein ganz bestimmter Teil des Einkommens für Konsumgüter ausgegeben.

Die Konsumnachfrage einer Region wird nun nicht nur durch die Konsumgüterproduktion der gleichen Region, sondern auch durch die Lieferung aus anderen Regionen befriedigt. Wir hatten in einem früheren Abschnitt festgestellt, daß im Normalfall die Handelsquoten zwischen zwei Regionen als abhängig von der Entfernung zwischen diesen Regionen gedeutet werden können. Für die Konsumgüter kann man diese Abhängigkeit wohl unterstellen, wenn man auch berücksichtigen muß, daß die Produktionsbedingungen und die Transportkosten je nach der Art eines Gutes verschieden sein und damit die Funktionalbeziehungen sehr unregelmäßig gestalten können. Ein Konsumgüterstrom zwischen zwei Regionen könnte folgendermaßen bestimmt werden, wenn wir auch noch eine gewisse Abhängigkeit von der Produktionskapazität in der liefernden Region annehmen:

$$(32) \qquad C_{ij} = c_{ij} \cdot Y_j = f(l_{ij}, c_j, Y_j, P_{Ci})$$

C_{ij} ist hier der Teil des Einkommens der Region j, den diese für die Beschaffung von Konsumgütern aus i ausgibt, l_{ij} ist die Entfernung zwischen den beiden Regionen, c_j die gesamte Konsumquote, Y_j das Einkommen in der Region j und P_{Ci} die Produktionskapazität für Konsumgüter in der Region i.

Wir wollen diese Beziehungen allerdings nur in Erinnerung behalten, ansonsten aber für c_{ij} einen konstanten Wert annehmen, der sowohl für die marginalen als auch für die durchschnittlichen Austauschraten gilt.

c) Mit Hilfe der Austauschraten können wir dann die zwischen je zwei Regionen gehandelten Konsumgüter sowie die entsprechenden Einkommensströme bestimmen:

(33) $$\vec{C} = \overrightarrow{\overrightarrow{c}} \cdot \vec{Y},$$

wobei C und Y als Spaltenvektoren die regionalen Konsum- und Einkommensbeträge enthalten und $\overrightarrow{\overrightarrow{c}}$ die einzelnen Konsumnachfrage-Quoten in der Form einer quadratischen Matrix darstellt.

Aus dieser Gleichung läßt sich auch ohne weiteres feststellen, welche Menge an Konsumgütern in den verschiedenen Regionen produziert wird.

Die Gesamtproduktion von Konsumgütern in der Region i beträgt:

(34) $$C_i^P = \sum_{j=1}^{n} (c_{ij} \cdot Y_j)$$

Der Gesamtverbrauch einer Region j läßt sich nach folgender Formel errechnen:

(35) $$C_j^B = \sum_{i=1}^{n} (c_{ij} \cdot Y_j) = (\sum_{i=1}^{n} c_{ij}) \cdot Y_j = c_j \cdot Y_j$$

d) Setzen wir die Gleichung (33) in die Einkommensbestimmungs-Gleichung

(36) $$\vec{Y} = \vec{C} + \vec{I}$$

ein, so können wir einen dem Ausgabenmultiplikator ähnlichen Konsummultiplikator ableiten. Beide unterscheiden sich lediglich dadurch, daß bei dem ersteren außer den Konsumausgaben auch die Investitionsausgaben als Abhängige des Regionaleinkommens angesehen wurden, somit die Austauschparameter dort in der Regel größer waren als bei dem zweiten.

Die Regionaleinkommen lassen sich folgendermaßen aus den autonomen Investitionen bestimmen:

(37) $$\vec{Y} = (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{c}})^{-1} \cdot \vec{I}$$

$\vec{Y}$ und $\vec{I}$ sind die in Spaltenvektoren zusammengefaßten regionalen Einkommen und Investitionsausgaben, $\overrightarrow{\overrightarrow{1}}$ ist die Einheitsmatrix und $\overrightarrow{\overrightarrow{c}}$ die quadratische Matrix der regionalen Ausgaberaten für Konsumgüter.

Über die Stabilität dieses Multiplikatorprozesses erhalten wir Aufschluß, wenn wir die Kriterien ansetzen, die wir ausführlich bereits im Abschnitt 5 besprochen haben. Allerdings ist es nicht so sehr notwendig, die Stabilität bis ins einzelne zu testen; es muß vielmehr im Zusammenhang mit der Wachstumsgleichung festgestellt werden, wie die Parameter beschaffen sein müssen, damit sich eine

verifizierbare Entwicklung der Einkommen ergibt. Da die Konsumraten (durchschnittlich) niedriger sind als die Ausgaberaten, besteht die Wahrscheinlichkeit, daß

1. der Konsumausgaben-Multiplikator kleiner ist als der Ausgaben-Multiplikator[1],
2. der Konsum-Multiplikator die Bedingungen der Stabilität leichter erfüllen kann.

e) Für den Einsatz des Multiplikators in der Wachstumstheorie interessiert noch besonders das Problem der Verzögerung zwischen dem Einkommen und der davon abhängigen Konsumnachfrage. Die meisten Wachstumstheoretiker, wie auch Harrod und Domar, bedienen sich der kontinuierlichen Methode. Sie vermeiden damit die Suche nach geeigneten Perioden und Verzögerungen.

Die übliche Transformation des Harrod-Domar-Wachstumsmodells in Differenzengleichungen verwendet bei der Verbindung von Konsum und Einkommen den sog. "Robertson-Lag"[2]. Dieser besagt, daß der Verbrauch eines Individuums abhängig ist vom Einkommen der Vorperiode. Als Periode denkt man dabei etwa an eine Woche oder einen Monat, je nach dem Modus der Lohnauszahlung.

Auch wenn diese Annahme für ein Individuum realistisch sein kann, so wird sich aus der Summierung der Konsumnachfrage in einer Region und erst recht in allen Regionen kein so einheitliches Bild ergeben. In Wirklichkeit werden sich die vielen einzelnen Reaktionsverzögerungen um einen bestimmten Mittelwert verteilen, so daß die Verwendung eines sog. "distributed lag"[3] gerechtfertigt wäre. Daraus ergäben sich aber wieder zusätzliche Komplizierungen und außerdem könnte man eventuelle Lösungen doch nicht verifizieren, da die Verteilung der Lags immer nur vermutet werden kann.

---

1) Eine Verringerung aller Ausgabequoten um 10 % senkt den Multiplikator im Zweiregionen-Modell um 40 %.

2) Vgl. Lloyd A. Metzler: Three Lags in the Circular Flow of Income in: Income, Employment and Public Policy, Essays in Honor of Alvin H. Hansen S. 17. Metzler nennt D.H. Robertson, "who introduced the concept of a consumption 'day' ".

3) Vgl. R.G.B. Allen: The Structure of Macro-Economic Models in: Economic Journal 1960, S. 40 f.
Ein "ditributed lag" beinhaltet die Vorstellung, daß die Beziehung zweier Variablen nebeneinander mehrere time-lags aufweist.

Das Problem einer geeigneten Anpassungsverzögerung läßt sich einer Lösung näher bringen, wenn wir berücksichtigen, daß das Ziel unseres Wachstumsmodells in einer Aussage über regional wirksame fiskalische Maßnahmen liegt. Die Grundlage jeder Fiskalpolitik ist der Haushaltsplan, den die Regierung für jedes Jahr aufstellt. Ebenso erfolgt die statistische Erfassung der die Maßnahmen bestimmenden gesamtwirtschaftlichen Variablen in der Regel in Jahresperioden. Infolgedessen bietet sich auch für unser Modell als bestgeeignete Periode ein Jahr an. Bei dieser Periodenlänge aber hat weder der Robertson-Lag noch irgendeine andere Verzögerung irgendwelchen Sinn. Das einzelne Individuum wird sich bei der Entscheidung über den Jahreskonsum weitgehend an das Einkommen des gleichen Jahres halten, so daß wir auch die Konsumnachfrage einer Region als abhängig vom Einkommen des gleichen Jahres ansehen können.

3. Der Handel mit Investitionsgütern

a) Investitionsgüter sind Güter, die nicht dem Verbrauch zugeführt werden. Diese negative Definition gibt die Gewähr, daß außer den beiden genannten Gütergruppen nichts mehr zwischen den Regionen gehandelt wird. Für unser Modell eignet sich allerdings besser eine positive Definition, die unter Investitionsgütern solche Güter und Dienstleistungen versteht, die die Kapazität einer Volkswirtschaft bzw. einer Region vermehren. Diese zweite Kennzeichnung ist weniger umfassend als die erste; denn es gibt oft Güter, die weder verbraucht werden noch die Produktionskapazität vermehren. Dazu gehören etwa Produkte, die zunächst gelagert werden, um später dem einen oder dem anderen Zweck zugeführt zu werden, aber auch unabsetzbare Ausschußware oder vor der Verwendung unbrauchbar gewordene Güter. In der Regel liegt es nicht in der Absicht eines Unternehmers, solche Güter zu produzieren; es sind Fehlplanungen. In unserem Modell wollen wir jedoch fehlerlos planende Wirtschaftssubjekte unterstellen, Produzenten und Nachfrager, deren Pläne immer genau in Erfüllung gehen. In diesem Fall stimmen die beiden Definitionen überein.

b) Jede Region benötigt zur Aufrechterhaltung und zur Vergrößerung ihrer Produktionskapazität Investitionsgüter. Die Reinvestition wollen wir in unserem Modell allerdings ausklammern, da eine neue Variable die Durchrechnung wesentlich komplizieren würde. Die Erhaltung der Kapazität sei also ohne neue Investionsgüter möglich.

Somit wird der Bedarf einer Region an Investitionsgütern durch die Veränderung

der Investitionsbedürfnisse bestimmt. Um wieviel eine bestimmte Investition die Kapazität steigert, läßt sich durch die Kapitalproduktivität σ bestimmen. σ ist der Wert des jährlichen Outputs, den eine Investition von einer Geldeinheit hervorbringt. Die unterstellte Homogenität der Region bringt es mit sich, daß σ für jede Region einheitlich ist. Außerdem wollen wir für unser Modell die Konstanz der regionalen Kapitalproduktivität annehmen.

Aus welchen Regionen wird nun eine bestehende Nachfrage nach Investitionsgütern befriedigt? Auch hier wird die Entfernung zwischen den Regionen eine wichtige Rolle spielen, wegen des in der Regel größeren Gewichtes und der damit verbundenen höheren Transportkosten wahrscheinlich sogar in größerem Umfang als bei den Konsumraten. Die Menge an Investitionsgütern, die eine Region aus einer anderen bezieht, wird also durch folgende Funktion bestimmt werden:

$$I_{ij} = i_{ij} \frac{\Delta P_j}{\sigma_j} = f(l_{ij}, \Delta P_j, \sigma_j, P_{Ii}) \tag{38}$$

I_{ij} ist der für die Beschaffung von Investitionsgütern aus i ausgegebene Teil des Einkommens der Region j, i_{ij} die entsprechende Ausgabequote, P_{Ii} die Kapazität der Region i für die Erzeugung von Investitionsgütern, ΔP_j die Änderung der gesamten Produktionskapazität der Region j und σ_j die entsprechende Kapitalproduktivität. Auch hier wollen wir die Determinanten der Austauschraten nicht weiter berücksichtigen, sondern diese als konstant bleibend ansehen.

c) Die durchschnittlichen und marginalen Austauschquoten erlauben uns, die gesamte Investitionsgüter-Produktion in Form einer Matrixgleichung zu beschreiben:

$$\vec{I} = \overrightarrow{\overrightarrow{i}} \circ (\overrightarrow{\overrightarrow{\sigma}})^{-1} \circ \vec{\Delta P} \tag{39}$$

$\vec{I}$ und $\vec{\Delta P}$ sind die in Spaltenvektoren zusammengefaßten regionalen Werte der Investitionen und der Kapazitätsänderungen, $(\overrightarrow{\overrightarrow{\sigma}})^{-1}$ stellt die Diagonalmatrix der reziproken Kapitalproduktivitäten dar und $\overrightarrow{\overrightarrow{i}}$ sind die in einer quadratischen Matrix erfaßten Ausgaberaten für Investitionsgüter.

Entsprechend ergeben sich für die Gesamtproduktion in einer Region

$$I_i^P = \sum_{j=1}^{n} \left(i_{ij} \circ \frac{\Delta P_j}{\sigma_j} \right) \tag{40}$$

und für die Gesamtnachfrage der gleichen Region

$$(41) \qquad I_j^B = \sum_{i=1}^{n} (i_{ij} \cdot \frac{\Delta P_j}{\sigma_j}) = (\sum_{i=1}^{n} i_{ij}) \cdot \frac{\Delta P_j}{\sigma_j} = \frac{\Delta P_j}{\sigma_j}$$

d) Die Nachfrage nach Investitionsgütern wurde von uns als Abhängige der Kapazitätsänderung in einer Region dargestellt, die ihrerseits in der Vollbeschäftigung gleich der Änderung des regionalen Einkommens ist. Um diesen Zusammenhang in einer Differenzengleichung darstellen zu können, müssen die Kausalbeziehungen noch näher beschrieben werden.

In der üblichen Interpretation vor allem der Wachstumstheorie Harrods bedient man sich zur Beschreibung dieser Funktion des Akzelerationsprinzips. Danach induziert eine Änderung des Einkommens noch in der gleichen oder in der nächsten Periode eine bestimmte Investition. Allen[1] gibt in Verbindung mit der Harrodschen Wachstumstheorie die beiden Möglichkeiten an:

$$(42) \qquad I_t = v(Y_t - Y_{t-1})$$

und

$$(43) \qquad I_t = v(Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

wobei v nichts anderes als der Kehrwert unserer Kapitalproduktivität ist. In diesem Fall ist also die Einkommensänderung die Ursache einer Investition.

Andere Autoren gehen von einer genau umgekehrten Kausalitätsüberlegung aus. So meint etwa Hamberg[2]: "GNP [= Bruttosozialprodukt] in Year t+1 should exceed that of Year t by the amount of added capacity resulting from the investment in Year t, I_t." In unserer Nominklatur bedeutet das:

$$(44) \qquad P_{t+1} - P_t = \sigma I_t$$

Wir wollen diese Funktion im Gegensatz zum Akzelerator Kapazitätsbildungs-Funktion nennen.
Welche der beiden Kausalbeziehungen ist nun richtiger? Zweifellos wird ein Unternehmer in seinen Investitionsplänen dadurch beeinflußt, daß er in der Vorperiode gewisse Nachfragesteigerungen für seine Produkte feststellte.

Zusätzliche Nachfrage kann durch Geschmacksverschiebungen auf Kosten an-

---

1) R.G.D. Allen, Mathematical Economics ..., a.a.O., S.63.
2) Daniel Hamberg, Principles of Growing Economy, New York 1961, S. 284.

derer Produkte erfolgen. In diesem Fall müßten allerdings andere Unternehmer auf Grund von Nachfragerückgängen ihre Investition einschränken, wodurch sich für die gesamte Nachfrage nach Investitionsgütern annähernd wieder ein Ausgleich ergeben müßte.

Die Nachfragesteigerung für ein Produkt könnte auch durch andere Faktoren bestimmt sein, durch höhere Staatsausgaben oder ausländische Nachfrage. Da wir uns hier aber zunächst mit dem einfachsten Modell ohne Staatstätigkeit und Außenhandel beschäftigen, muß auch diese Möglichkeit wegfallen. Schließlich könnte die erhöhte Nachfrage ihren Grund in einer fortlaufenden Wachstumsbewegung haben. Durch eine höhere Investition in der Vorperiode steigt das Einkommen, die dadurch zunehmende gesamtwirtschaftliche Nachfrage reizt die Mehrzahl der Unternehmer zu erneuter Investition.

Sobald wir aber mit dem allgemeinen Wachstum argumentieren, hat das Akzeleratorprinzip nicht mehr und nicht weniger Berechtigung als die Kapital-Bildungs-Funktion. Denn die Investition, die über den Investitionsmultiplikator die Nachfrage nach Konsumgütern erhöht, ermöglicht gleichzeitig, durch die Erweiterung der Produktionskapazität, daß diese erhöhte Nachfrage auch erfüllt wird. Die Investition, die von den Erwartungen der Unternehmer abhängt, trägt damit gleichzeitig die zukünftige Nachfrage und das zukünftige Angebot.

Für die Wachstumstheorie ergibt sich kein wesentlicher Unterschied aus der Verwendung des Akzelerators oder der Kapazität-Bildungs-Funktion[1]. Wegen der größeren Anschaulichkeit wollen wir in unserem Modell nur die letztere verwenden. Die Handelsströme für Investitionsgüter lassen sich dann aus der folgenden

---

1) Sowohl auf der Seite des Konsums als auch auf der Seite der Investitionen lassen sich verschieden lange Verzögerungen unterstellen. Beschränken wir uns auf die Fälle, in denen das Wachstumsmodell zu einer eindeutigen Wachstumsrate führte, so hätten wir die folgenden drei Möglichkeiten:

1. Keine Verzögerung des Konsums gegenüber dem Einkommen und erhöhte Produktion infolge Investition:
$$r = \sigma \cdot (1-c)$$
2. Keine Verzögerung des Konsums gegenüber dem Einkommen und Investition infolge erhöhter Nachfrage (Akzelerator):
$$r = \frac{\sigma(1-c)}{1-\sigma\cdot(1-c)}$$
3. Einperiodige Verzögerung zwischen Konsum und Einkommen (Robertson-Lag) und Investition infolge erhöhter Nachfrage (Akzelerator):
$$r = \frac{\sigma \cdot (1-c)}{1-\sigma}$$

Gleichung bestimmen:

(45) $$\vec{I}_t = \vec{\vec{I}} \cdot \vec{\vec{\sigma}}^{-1} \cdot (\vec{P}_{t+1} - \vec{P}_t)$$

In dieser Gleichung stellen $\vec{I}_t$, $\vec{P}_{t+1}$ und $\vec{P}_t$ die entsprechenden Einkommens- und Produktionsgrößen der Regionen in der Form von Spaltenvektoren dar; $\vec{\vec{I}}$ ist die Matrix der Investitionsaustauschraten und $\vec{\vec{\sigma}}^{-1}$ enthält in einer Diagonalmatrix die Kapitalproduktivität in den einzelnen Regionen.

Aus den beiden Gleichungen (33) und (45) läßt sich eine mehrregionale Wachstumstheorie entwickeln. Dies wird Aufgabe des zweiten Hauptteils sein.

IV. DIE INTERREGIONALE BEWEGUNG DER PRODUKTIONSFAKTOREN

1. Die Bewegung des Produktionsfaktors Arbeit

a) Eine bedeutende Rolle im Regionalbild einer Volkswirtschaft spielt die Verteilung der Bevölkerung auf die verschiedenen Regionen, insbesondere die Entwicklung dieser Verteilung. Die Entwicklung der Bevölkerung ist die Resultante zweier Komponenten: Einer Niveauveränderung, also des Wachstums der Bevölkerung, und einer Strukturveränderung, also der Umverteilung der Bevölkerung. Beide Komponenten entsprechen klar abgegrenzten statistischen Begriffen und sind für kleine Regionen meist sehr ausführlich beschrieben.
Auch die theoretische Behandlung dieser Probleme kann auf umfangreiche Literatur verweisen. Wir wollen aus dieser Fülle nur einige Ergebnisse herausgreifen, die im Rahmen des regionalen Entwicklungsmodelles interessieren könnten.

Wir gehen von der Annahme aus, die natürliche Wachstumsrate der Bevölkerung in einer Region, die sich ja aus der Differenz der Geburtsrate und der Sterberate ergibt, sei innerhalb des betrachteten Zeitraums konstant. Die Bevölkerung der Region i im Zeitpunkt t beträgt demnach

(46) $$B_{it} = B_{it-1}\,(1+b_i)$$

oder

(47) $$B_{it} = B_{i0}\,(1+b_i)^t$$

wenn die natürliche Bevölkerungsentwicklung vom Zeitpunkt t = 0 bruchlos vor

sich gegangen ist.
In einer Theorie, die sich mit dem Produktionsfaktor Arbeit beschäftigt, wird es notwendig sein, nicht die Entwicklung der Bevölkerungszahl, sondern des arbeitsfähigen Teils zu berücksichtigen. Der Anteil dieser Arbeitsbevölkerung schwankt sehr stark zwischen den einzelnen Staaten, aber auch zwischen den Regionen und hängt ab von der Frauenarbeit, vom Pensionsalter, der Lebenserwartung, der Zahl der Kinder und damit wieder indirekt von der Wachstumsrate.

In unserem vereinfachten Modell werden wir allerdings für die Regionen diesen Anteil konstant halten müssen. Infolgedessen entspricht die Wachstumsrate der Bevölkerung der Rate ihres arbeitsfähigen Teils.

b) Dem Wachstum der Bevölkerung ist eine Wanderungsbewegung übergelagert. Gerade die Bewegung der Produktionsfaktoren bildet in vielen theoretischen Untersuchungen den entscheidenden Unterschied der Beziehung zwischen Regionen gegenüber der zwischen Volkswirtschaften. In der Realität ist dieser Unterschied nur graduell und gerade in der Gegenwart sind Bevölkerungsverschiebungen zwischen Staaten keine Seltenheit. Da wir in unserer Untersuchung von einer geschlossenen Volkswirtschaft ausgehen, können wir diese Unterscheidungsmöglichkeite vernachlässigen.

Wir wollen unterstellen, daß die Menschen sich zwischen den Regionen ohne nicht-ökonomische Hindernisse (Paßzwang, Gepäckbeschränkung) bewegen können. Wie kann man nun diese interregionale Bevölkerungsbewegung beschreiben? Wie steht sie zu gewissen anderen Größen in Abhängigkeit?
Isard[1] beschreibt ein Modell von E.G. Ravenstein[2], in dem dieser versucht, allgemeine Regeln für den Menschenstrom zwischen den Regionen aufzustellen. Er kommt zu sieben "laws", die allerdings deutlich auf britische Verhältnisse abzielen und die ich hier nach Isard zitieren möchte:

"(1) ... the great body of ... migrants only proceed a short distance and ... there takes place ... shifting or displacement of the population ... in the direction of the great centres of commerce and industry ...

(2) ... the process of absoption ... (goes) on the following manner: - The inhabitants ... immediately surrounding town of rapid growth flock into it; the gaps thus left ... are filled up by migrants from more remote districts, until

---

1) Walter Isard, Migration Estimation, in Methods ... a.a.O., S. 67 f.
2) E.G. Ravenstein, The Laws of Migration, Journal of Royal Statistical Society, Bd. 48/1885 und Bd. 52/1889

the attractive force ... makes its influence felt, step by step, to the most remote corner of the kingdom. Migrants enumerated in a certain centre of absorption will grow consequently less with the distance (from, and proportionately to) the native population which furnishes them ...

(3) The process of dispersion is the inverse of that absorption ...

(4) Each main current of migration produces a compensating countercurrent.

(5) Migrants proceeding long distances generally go ... to one of the great centres of commerce or industry.

(6) The natives of towns are less migratory than those of the rural parts of the country.

(7) Females are more migratory than males."

Die ersten fünf Gesetze glaubt Ravenstein durch folgende Funktion ausdrücken zu können:

$$M_{ij} = \frac{P_j}{d_{ij}} f(Z_i) \tag{48}$$

in der M_{ij} die Bevölkerungswanderung von der Region j in die Region i, P_j die Bevölkerung der Ausgangsregion j, d_{ij} die Entfernung zwischen beiden Regionen und z_i die Anziehungskraft ("attractive force") der Bestimmungsregion i [1] ist.

Man sieht deutlich, daß es sich um den gleichen Zusammenhang handelt, den wir zwischen der Distanz zweier Regionen und dem Umfang ihres Güteraustauschs feststellten. Ravenstein wie auch andere Autoren glauben, daß die Bevölkerungsbewegung abhängig ist von der geographischen Entfernung zwischen zwei Punkten. Diese Beziehung läßt sich sehr klar in den sog. "Potential-Models" in Form von Höhenlinien veranschaulichen, wie sie Isard in das System seiner regionalen Methoden einbaute[2].

c) Wir können hier vielleicht von der Besonderheit unseres Modells ausgehen. Eine Volkswirtschaft ist in eine gewisse Anzahl von Regionen aufgeteilt und jede der Regionen ist aus Gründen der Rechenbarkeit und des erforderlichen statistischen Materials doch so groß, daß die Bevölkerungsbewegung, die sich über kurze Strecken, etwa vom Land in die Kreisstadt, erstreckt und wohl den größ-

---

1) Vgl. hierzu besonders Isard, Migration Estimation a.a.O., S. 68 f.

2) Walter Isard, Gravity, Potential, and Spatial Interaction Models in Methods ... a.a.O., S. 493 ff.

ten Teil ausmacht, als intraregionale Wanderung aus der Betrachtung fortfällt. Die Bewegung von Menschen über größere Strecken zwischen den Regionen wird zwar durch die zu überwindende Strecke beeinflußt, aber doch bei weitem nicht in dem Umfang, wie es vor 50 Jahren der Fall war.

Die Entfernung eines Umzugs wird für Menschen viel weniger bedeutsam sein als die Strecke, über die ein bestimmtes Gut geliefert wird, da es sich bei den ersteren um eine einmalige Bewegung handelt, deren Kosten dann mit dem (eventuell durch den Umzug erreichten) Mehreinkommen vieler folgender Jahre verrechnet werden kann, während die Transportkosten für Güter durch einen einmaligen Erlös gedeckt werden müssen.

Wir wollen also in unserem Modell den Einfluß der Entfernung zwischen den Regionen vernachlässigen und haben, wenn wir die obige Beziehung beibehalten wollen, als Determinanten eines Menschenstromes zwischen zwei Regionen nur noch die Einwohnerzahl der Ausgangsregion und die Attraktionskraft zu berücksichtigen. Wir wollen zunächst die letztere untersuchen.

d) Was kann einen Menschen, insbesondere einen Arbeiter, bewegen, von einer Region in eine andere umzusiedeln? Zunächst erscheinen die Motive eines Umzuges unübersehbar zu sein. Klammert man jedoch alle nicht-wirtschaftlichen, insbesondere politischen Motive aus, so wird klar, daß die Hauptantriebskraft, den Arbeitsplatz zu wechseln, die Möglichkeit eines besseren Verdienstes ist. Da wir uns um die innere Struktur einer Region, vor allem auch um die personale Einkommensverteilung nicht kümmern, können wir Verdienst gleichsetzen mit Einkommen pro Kopf. Wir können also sagen: Aus Regionen mit niedrigem Pro-Kopf-Einkommen werden Menschen in Regionen mit höherem Pro-Kopf-Einkommen abwandern.

Es ist leicht einzusehen, daß diese Umsiedler in ihrer neuen Heimat das Pro-Kopf-Einkommen schmälern werden, zumindest kurzfristig, solange nämlich ihre Arbeit noch kein neues Einkommen geschaffen hat - und daß das Pro-Kopf-Einkommen in der verlassenen Region zunächst anwachsen wird. Unterstellen wir, daß die Bevölkerung auf jeden Einkommensunterschied ohne Verzögerung reagiert, so wird sich durch die Wanderung das Einkommen pro Kopf in allen Regionen ausgleichen, d.h. die Bevölkerung wird sich auf die Regionen ebenso verteilen wie das Einkommen. Wir wollen im folgenden nicht die Bevölkerungsbewegung zwischen den einzelnen Regionen, sondern jeweils nur die Ab- bzw. Zuwanderungssalden der einzelnen Regionen betrachten.

Sind die Einkommen und die Bevölkerungszahlen der Vorperiode bekannt, so ergeben sich die Ströme, die den Ausgleich bewirken, aus folgendem Gleichungs-

system:

$$(49)\quad \frac{Y_1}{B_1+\Delta B_1} = \frac{Y_2}{B_2+\Delta B_2} = \frac{Y_3}{B_3+\Delta B_3} = \ldots = \frac{Y_i}{B_i+\Delta B_i} = \frac{Y_n}{B_n+\Delta B_n}$$

$$\Delta B_1 + \Delta B_2 + \Delta B_3 + \ldots + \Delta B_i + \ldots + \Delta B_n = 0$$

Das sind n Gleichungen mit n Unbekannten, woraus man folgende Bestimmungsgleichung für ΔB_i erhält:

$$(50)\quad \Delta B_i = \frac{Y_i \sum_{j=1}^{\infty} B_j}{\sum_{j=1}^{\infty} Y_j} - B_i$$

ΔB_i kann positiv (wenn Bevölkerung zuströmt) oder negativ sein (wenn die Bevölkerung kleiner wird), je nachdem wie groß die Werte in der Bestimmungsgleichung sind.

Der gefundene Wert für ΔB_i führt zum sofortigen völligen Ausgleich der Pro-Kopf-Einkommen und erfordert eine blitzschnelle und exakte Reaktion der Bevölkerung. Doch ist unter normalen Umständen, besonders in einer Volkswirtschaft, in der sich alle Veränderungen über den Markt einspielen, kaum mit einer derartigen spontanen Völkerwanderung zu rechnen. Meist zieht sich der Prozeß über Jahre oder Jahrzehnte hinweg.

Die vielfältigen Hemmungen, die sich einer solchen Bewegung entgegenstellen, lassen sich quantitativ beschreiben, wenn man die Zahl der Personen, um die sich eine Region in einer Periode verändert hat, in Beziehung setzt zu der Zahl, die ausreichte, das Durchschnittseinkommen in der Region an das Durchschnittseinkommen der ganzen Volkswirtschaft heranzuführen. Wir nennen diesen Quotienten g. g kann im Zeitablauf und auch zwischen den Regionen im Wert schwanken. In diesem kurzen Abschnitt wollen wir es jedoch als konstant unterstellen.

Die Anzahl der aus einer Region Abwandernden oder in sie Zuwandernden beträgt:

$$(51) \qquad \Delta B_i = g\left(\frac{Y_i \sum_{j=1}^{n} B_j}{\sum_{j=1}^{n} Y_j} - 1\right) = \frac{Y_i\, g \sum_{j=1}^{n} B_j}{\sum_{j=1}^{n} Y_j} - g\, B_i$$

Wir können auch die relative Zu- bzw. Abwanderung ausrechnen, indem wir obigen Wert durch den Bevölkerungsbestand dividieren:

$$(52) \qquad \frac{\Delta B_i}{B_i} = g\left(\frac{Y_i \sum_{j=1}^{n} B_j}{B_i \sum_{j=1}^{n} Y_j} - 1\right) = g\left(\frac{DE_i}{DE} - 1\right)$$

Das bedeutet: Um die prozentuale Zu- oder Abwanderung zu erhalten, wird das Durchschnittseinkommen der Region durch das Durchschnittseinkommen der gesamten Volkswirtschaft geteilt und von diesem Wert 1 abgezogen. Die Differenz wird dann mit dem "Wanderungsindex" multipliziert. Eine Zuwanderung erfolgt, wenn das regionale Durchschnittseinkommen über dem der Volkswirtschaft liegt, eine Abwanderung, wenn es darunter liegt.

e) Wesentliche Bedeutung hat diese Bevölkerungsgleichung in einem Modell, bei dem der Produktionsfaktor Arbeit Output hervorbringt, wie etwa bei Verwendung der Cobb-Douglas-Produktionsfunktion. Da wir uns mit einer Produktionsfunktion beschäftigen, in der die Arbeit explizite nicht zur Produktion beiträgt, wird die Bevölkerung nur in einem kurzen Abschnitt dieser Arbeit als Einkommensbezieher auftreten.

2. Die Bewegung des Geldkapitals zwischen den Regionen

Unter dem Produktionsfaktor Kapital versteht man in der Regel ohne klare Trennung sowohl Sach- als auch Geldkapital. Da wir die Bewegung von Sachkapital bereits in den Investitionsgüterströmen beschrieben haben, wollen wir hier nur kurz auch auf das Geldkapital eingehen.

Die Unterscheidung zwischen Staatengrenze und Regionalgrenze nach ihrer Durchlässigkeit für Produktionsfaktoren hat für das Geldkapital heute noch weniger Gültigkeit als für den Faktor Arbeit. Zwischen den nationalen Volkswirtschaften können seit Einführung der vollständigen Konvertibilität fast ungehindert Devisen und Geldanlagen fließen. Gewisse wirtschaftliche Hemmnisse ergeben sich lediglich aus Unterschieden in der nationalen Notenbankpolitik.

Für den Verkehr zwischen den Regionen besteht nicht einmal diese Einschränkung. Man kann sagen, daß innerhalb einer Volkswirtschaft das Kapital potentiell allgegenwärtig ist. Die Kosten einer Transferierung sind unabhängig von der geographischen Entfernung.
Dies und die Zusammenfassung aller Geldmarkt- und Kapitalgeschäfte in den Börsen und Banken haben zur Folge, daß kaum irgendwelche unmittelbaren Standortwirkungen von diesem Produktionsfaktor ausgehen.

Dagegen können Rentabilitätsgesichtspunkte die Bewegung des privaten und politische Gründe die des öffentlichen Kapitals sehr einschneidend beeinflussen. Die ersteren lassen sich in einem allgemeinen Modell nur schwer berücksichtigen; es läßt sich abstrakt nicht entscheiden, ob ein Geldgeber in einer industrialisierten oder noch nicht industrialisierten Region die größeren Gewinnchancen erblicken wird. Aus diesem Grunde wollen wir die Ströme privaten Kapitals nicht berücksichtigen und annehmen, daß dem Modell entsprechend für jede einzelne Region eine Übereinstimmung von Sparen und Investition gegeben ist. Die öffentlichen Finanztransaktionen wollen wir gegebenenfalls aus den politischen Zielvorstellungen ableiten und indirekt in Form regionaler Defizite und Überschüsse im öffentlichen Haushalt darstellen.

In diesem ersten Teil versuchten wir, die interregionalen Verflechtungen in den Griff zu bekommen. Die entwickelten Interdependenzvorstellungen wollen wir nun im zweiten Teil in eine Wachstumstheorie einbauen und damit dynamisieren.

Zweiter Hauptteil

DAS MEHRREGIONALE WACHSTUMSMODELL

I. EINLEITENDE BEMERKUNGEN

1. Wesen der makroökonomischen Wachstumstheorien

Wachstum ist eine spezifische Eigenart alles Lebendigen. Das äußert sich schon in dem Lebenswillen des Einzelwesens, aber weit stärker in der Erhaltung und Vermehrung der Art, die den Gemeinschaften als Naturgesetz aufgegeben erscheinen. Die säkuläre Entwicklung der Menschheit ist ein stetiges biologisches und geistiges Wachsen und selbst tiefe Einbrüche haben bisher kaum etwas an dem Trend ändern können. Geht man von dieser Tatsache aus, so erscheinen alle ökonomischen Konjunktur- und Wachstumstheorien an der Oberfläche der tatsächlichen Zusammenhänge dahinzuplätschern, weil sie viel zu wenig auf die totale Entwicklung Rücksicht nehmen.

Die modernen Wachstumstheorien, wozu auch schon die Marxsche Akkumulationstheorie gehört, greifen im wesentlichen nur ein Wachstumsindiz, das Einkommen einer Volkswirtschaft, und einige Ursachen dieses Wachstums, etwa die Kapitalakkumulation und das Bevölkerungswachstum, aus der Fülle der interdependenten Kräfte heraus. Der Grund dafür ist, daß die Entwicklung dieser Größen quantitative Ansätze erlaubt und daher berechenbar ist. Alle anderen Veränderungen können nur dadurch berücksichtigt werden, daß man autonome Trends unterstellt oder die Beziehungen zwischen den quantitativ bestimmbaren Größen ohne besondere Erklärung verändert[1].

---

1) In diesem Zusammenhang ist die folgende Feststellung Frankels interessant: "Data for the U.S. (private domestic) economy, over the period 1889 to 1957, indicate about a ninefold rise in real output. In the same interval tangible capital rose a little over four times and hours of labor one and a half times, while the weighed total input of labor and capital combined increased only a little over two times." Marvin Frankel, The Production Function: Allocation and Growth, American Economic Review, Bd. 52, 1962.

Es gibt zahlreiche Ansätze für eine theoretische Bestimmung der Entwicklung des Volkseinkommens; Grundlage jeder makroökonomischen Wachstumstheorie sollte eine aus der Mikrotheorie aufgebaute Produktionstheorie, insbesondere eine Produktionsfunktion sein, die die Entstehung des Einkommens kennzeichnet. Auf Grund der unterschiedlichen Produktionsfunktionen lassen sich die Wachstumstheorien übersichtlich gliedern.

Johansen ordnet die wichtigsten Theorien drei Gruppen zu:

"(a) Models with a given capital coefficient, where the labour input does not enter the analysis explicitly, but is treated rather vaguely in supplementary comments. The models of R.F. Harrod, Evsey D. Domar, Hans Brems, Robert Eisner and Ingvar Svennilson exemplify this class.

(b) Models with fixed production coefficients for labour input as well as for the capital stock, or some other kind of strict complementarity. As examples one might mention the analysis of D. Hamberg, the work on long-range projections as the Central Planning Bureau in the Netherlands, cf. e.g. P.J. Verdoorn and furthermore the more disaggregated analysis by Wassily Leontief, Oscar Lange and other authors in the field of input-output analysis. [Hierher müssen wohl auch die Modelle von J. von Neumann und M. Morishima gezählt werden, d.Verf.].

(c) Models with explicitly expressed possibilities of substitution between total labour input and capital stock in a traditional production function. This type of model is exemplified by the publications of Jan Tinbergen, Trygve Haavelmo Robert Solow and Stefan Valvanis-Vail."[1)]

Die einzelnen Theorien der verschiedenen Gruppen gehen zwar von unterschiedlichen Produktionsfunktionen aus; wie Johansen und auch Frankel[2)] zeigen, lassen sie sich aber miteinander vereinbaren.

---

1) Leif Johansen, Substitution versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A synthesis, Econometrica, Bd. 27, 1959

2) Marvin Frankel, The Production Function: Allocation and Growth, American Economic Review, Bd. LII, 1962

2. Wahl der geeigneten Wachstumstheorie

Man kann wohl behaupten, daß grundsätzlich jeder der erwähnten Wachstumstheorien in einem Mehrregionen-Modell Verwendung finden könnte; denn für ökonomische Variable, deren Entwicklung quantitativ erfaßbar ist, können auch die interregionalen Beziehungen bestimmt werden. Damit soll aber nicht gesagt werden, daß man ohne weiteres entsprechend viele mehrregionale Wachstumsmodelle aufbauen kann.
Manche Theorien sind bereits für eine einheitliche Volkswirtschaft so komplex, daß der Einbau weiterer Gleichungen das Modell nicht mehr rechenbar oder zumindest nicht mehr überschaubar werden ließe.
Insbesondere würde es den Rahmen dieser Arbeit übersteigen, eine geschlossene Darstellung aller möglichen mehrregionalen Wachstumstheorien zu bringen. Wir wollen uns auf die Behandlung der einfachsten, nämlich der auf Harrod und Domar aufbauenden, Theorie beschränken.

Die Modelle dieser beiden Autoren sind in der Literatur so ausführlich beschrieben und gelten als so repräsentativ für die theoretische Behandlung des Wachstums, daß Bombach meint: "Unter dem Eindruck der Domar-Harrod - Modelle hat man sich daran gewöhnt, in Kategorien des konstanten Kapitalkoeffizienten zu denken. Doch muß man wissen, daß der konstante Kapitalkoeffizient, bei Domar zunächst nichts weiter als eine Modellannahme und keine Aussage über die Realität war. Wie nicht selten, ist eine Modellannahme auch nach und nach zu einer Aussage über Fakten geworden."[1)]

Untersuchungen in neuerer Zeit haben indessen ergeben, daß die Annahme konstanter Kapitalproduktivität gar nicht so abwegig ist. Nach Berechnungen von Kuznets blieb der Kapitalkoeffizient in den USA über lange Zeiträume annähernd konstant, wenn er auch zeitweilige Schwankungen aufwies[2)].

Trotzdem kann man auch der Idee variabler Faktorproduktivitäten nicht eine gewisse Berechtigung absprechen, zumal sie sich in der Theorie der Produktion weitgehend durchgesetzt hat. Frankel[3)] gelang es, eine recht glückliche Synthese zwischen den beiden scheinbar sehr konträren Produktionsfunktionen zu finden.

---

1) Gottfried Bombach, Optimales Wachstum und Gleichgewichtswachstum, in Schriften des Vereins für Socialpolitik, N.F. Bd. 27, 1962, S. 52
2) Vgl. Gottfried Bombach, Zur Theorie des wirtschaftlichen Wachstums, in Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 70, 1953, S. 148 ff.
3) Marvin Frankel, a.a.O., S. 998 ff.

Er ergänzte die Cobb-Douglas-Produktionsfunktion durch eine Trendkomponente, einen sogenannten "modifier", die ihrerseits vom Einsatz des Faktors Kapital abhängt. Dies bewirkt, daß eine relative Vermehrung des Kapitaleinsatzes gegenüber dem Produktionsfaktor Arbeit die Produktivität des Kapitals zunächst senkt, der durch den Trend berücksichtigte Fortschritt aufgrund des erhöhten Kapitaleinsatzes diese Produktivität aber wieder anhebt. Daraus ergibt sich, daß kurzfristig zwar ein Modell nach der Art des Tinbergenschen oder Solowschen zur Verfügung steht, daß es aber langfristig gegen das Modell von Harrod und Domar tendiert.

Diese theoretische Verflechtung erleichterte den Entschluß, das folgende regionale Wachstumsmodell auf der Wachstumstheorie von Harrod und Domar aufzubauen. Dabei sollen zwei Versionen dargestellt werden, nämlich die Version, die auf der Einkommensentstehung beruht und eine andere, die von der Größe des produzierten Outputs ausgeht.

II. DAS WACHSTUMSMODELL NACH HARROD UND DOMAR IN SEINER EINKOMMENBILDENDEN VERSION

1. Allgemeine Beschreibung des Modells

a) Charakterisierung des Wachstumsmodells

aa) Die Wachstumsmodelle, die Harrod und Domar entwickelten, fußen auf den Produktionsvorstellungen der Klassiker und dem Gleichgewichtsbegriff von Keynes. Domar und Harrod unterstellen, daß die Größe der Produktion in einem eindeutigen (konstanten) Verhältnis zum Kapitalstock steht und der Produktionsfaktor Kapital in beschränktem Maß zur Verfügung steht, während alle anderen Produktionsfaktoren sich sowohl im Produktionsverlauf als auch in der Beschaffung beliebig anzupassen vermögen[1].

Das wesentliche Keynesianische Element ist die Gleichheit von Güterangebot

---

1) Bei Harrod wirkt der Produktionsfaktor Arbeit über die natürliche Wachstumsrate auf das System ein, doch ändert sich dadurch nichts am Aufbau des reinen Wachstumsmodells.

und -nachfrage, bzw. deren auf Nichtkonsumgüter bezogene Komponenten: Die ex ante Gleichheit von Investition und Sparen.

bb) Die Ableitung der Wachstumsformel ist auf vielerlei Weise möglich. Unserer Anwendung auf interregionale Zusammenhänge entspricht wohl am ehesten die bei Allen[1]) angewandte Methode. Danach läßt sich das Volkseinkommen folgendermaßen bestimmen:

(54) $$Y = C + I + A$$

C stellt den Konsum, I, die Investitionen und A die autonomen Ausgaben dar. Aus der Form dieser Gleichung läßt sich nicht ersehen, ob C und I produzierte oder verwendete Gütermengen versinnbildlichen sollen. Um hierüber Aufschluß zu erhalten, gehen wir aus von der Einkommensgleichung einer offenen Volkswirtschaft.

(55) $$Y = C + I + (X - M) + A$$

Zerlegen wir auch Export und Import in die beiden Gütergruppen, so erhalten wir

(56) $$Y^P = C + X^C - M^C + I + X^I - M^I + A$$

C und I in dieser Gleichung sind ganz eindeutig verwendete Gütermengen. Durch Addition der exportierten und Subtraktion der importierten Güter erhalten wir hergestellte Gütermengen. Die für unser Modell wichtige Schlußfolgerung lautet: Das Einkommen der handeltreibenden Volkswirtschaft oder Region wird bestimmt durch den Gesamtwert der produzierten Konsum- und Investitionsgüter, vermehrt um die autonomen Ausgaben.

cc) Der Wert der Konsumgüter wird in der Wachstumstheorie als abhängig vom Volkseinkommen, der Wert der Investitionsgüter als abhängig von dessen Veränderung angesehen.

(57) $$Y = C(Y) + I(\Delta Y) + A$$

Unterstellen wir lineare Funktionalbeziehungen, so ergibt sich für die Wachstumsrate das Produkt aus der durchschnittlichen Sparrate (1-c) und dem Kapitalkoeffizienten σ

(58) $$w = (1 - c) \cdot \sigma$$

---

1) Allen, Mathematical Economics, a.a.O., S. 64 ff.

und für die Expansionsgleichung als Lösung einer Differenzgleichung

$$Y_t = Y_o \cdot \left[1 + \sigma \cdot (1 - c)\right]^t + \text{Konst.} \tag{59}$$

Mit der gleichen Wachstumsrate $w = (1 - c) \cdot \sigma$ verändern sich auch Kapitalausstattung und Investition.

b) Einbeziehung der interregionalen Beziehungen in das Modell

Die oben entwickelte Expansionsgleichung gilt für eine geschlossene und homogen aufgebaute Volkswirtschaft. Haben wir aber die Entwicklung mehrerer Regionen in einer Volkswirtschaft zu beschreiben, so bedienen wir uns zweckmäßigerweise entsprechend vieler Einkommensgleichungen.

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= C_{1t} + I_{1t} + A_{1t} \\ Y_{2t} &= C_{2t} + I_{2t} + A_{2t} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ Y_{nt} &= C_{nt} + I_{nt} + A_{nt} \end{aligned} \tag{60}$$

Diese n Gleichungen stehen nicht unabhängig nebeneinander. Sowohl Konsum- als auch Investitionsgüter werden zwischen den Regionen gehandelt und bedingen eine mehr oder weniger innige Verzahnung zwischen den Regionaleinkommen.

Wie schon in Teil I wollen wir auch hier diese Beziehungen in Matrixgleichungen darstellen. Die Gleichung (60) kann dann folgendermaßen geschrieben werden:

$$\vec{Y}_t = \vec{C}_t + \vec{I}_t + \vec{A}_t, \tag{61}$$

wobei alle Größen der Matrixgleichung Spaltenvektoren sind. Da wir für

$$\vec{C}_t = \vec{\vec{c}} \cdot \vec{Y}_t \tag{62}$$

und für

$$\vec{I}_t = \vec{\vec{i}} \cdot \vec{\vec{\sigma}}^{-1} \cdot (\vec{P}_{t+1} - \vec{P}_t) \tag{63}$$

schreiben können, so ergibt sich als Bestimmungsgleichung für die einzelnen regionalen Einkommen

$$\vec{Y}_t = \vec{\vec{c}} \cdot \vec{Y}_t + \vec{\vec{i}} \cdot \vec{\vec{\sigma}}^{-1} \cdot (\vec{P}_{t+1} - \vec{P}_t) + \vec{A}_t . \tag{64}$$

Aus dieser Gleichung wollen wir die langfristige Entwicklung der regionalen Einkommen bestimmen.

2. Die Bestimmung der Expansionsgleichungen im interregionalen Modell

a) Ableitung der Lösungsgleichung

Die Lösung der Matrixgleichung (64) erfordert eine klare Trennung zwischen exogenen und endogenen Größen. Zur Lösung werden alle endogenen Größen auf eine einzige endogene Variable zurückgeführt, deren Entwicklung stellvertretend für alle anderen untersucht wird. Zweckmäßigerweise wählen wir das Einkommen als Entwicklungsvariable.

Zur Reduktion der Gleichung (64) verwenden wir die Gleichgewichtsbedingung Domars[1], die besagt, daß die Veränderung des Outputs gleich der Veränderung des Einkommens sein muß, wenn wir von einer Situation der Vollbeschäftigung und des vollständigen Wettbewerbs ausgehen.

(65) $$P_{it+1} - P_{it} = Y_{it+1} - Y_{it}$$

Damit wäre Gleichung (64) nur mehr auf eine einzige Variable Y bezogen, allerdings zu zwei verschiedenen Zeitpunkten t+1 und t. Um diesen Zeitunterschied unter Kontrolle bringen zu können, bedienen wir uns einer z.B. von Baumol[2] beschriebenen Lösungsmethode.

Wir symbolisieren die zeitliche Veränderung des Volkseinkommens durch eine multiplikative Größe, einen "Operator" λ, die zwei aufeinander folgende Einkommen folgendermaßen verbindet:

$$\vec{Y}_{t+1} = \lambda \cdot \vec{Y}_t$$

Aus der Gleichung (64) wird dann eine neue Bestimmungsgleichung für $\vec{Y}_t$:

(67) $$\vec{Y}_t = \vec{\vec{c}} \cdot \vec{Y}_t + \vec{\vec{i}} \cdot \vec{\vec{\sigma}}^{-1} \cdot (\lambda \cdot \vec{\vec{1}} - \vec{\vec{1}}) \cdot \vec{Y}_t + \vec{A}_t$$

oder

(68) $$\left[\vec{\vec{1}} - \vec{\vec{c}} - \vec{\vec{i}} \cdot \vec{\vec{\sigma}}^{-1} \cdot (\lambda \cdot \vec{\vec{1}} - \vec{\vec{1}}) \right] \cdot \vec{Y}_t - \vec{A}_t = 0$$

Aus dieser Matrixgleichung n-ter Ordnung lassen sich n Wurzeln ableiten, mit Hilfe der Ausgangssituation auch die gesamte Expansionsreihe der Regionaleinkommen[3].

---

1) Vgl. Evsey D. Domar: a.a.O., S. 75
2) Vgl. William J. Baumol, a.a.O., S. 321 ff.
3) Vgl. dazu William J. Baumol, a.a.O., S. 344 ff.

Die Darstellung des Lösungsvorganges in dieser allgemeinen Form ist jedoch nur wenig anschaulich. Wir wollen an dieser Stelle stattdessen ein Beispiel einer Volkswirtschaft durchrechnen, die aus nur zwei Regionen besteht.

b) Durchrechnung eines Modells

aa) Für das Modell sind folgende Parameter gegeben:

Interne Konsumraten	$c_{11} = 0,6$	$c_{22} = 0,8$
externe Konsumraten	$c_{21} = 0,2$	$c_{12} = 0,1$
interne Investitionsraten	$i_{11} = 0,3$	$i_{22} = 0,2$
externe Investitionsraten	$i_{21} = 0,7$	$i_{12} = 0,8$
Kapitalproduktivitäten	$\sigma_1 = 0,5$	$\sigma_2 = 1,0$
Autonome Ausgaben	$A_{1t} = 6$	$A_{2t} = 12$
Anfangssituation	$Y_{10} = 50$	$Y_{20} = 150$

bb) Die Einkommensgleichungen lauten:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} \\ i_{21} & i_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1t} \\ I_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{1t} \\ A_{2t} \end{bmatrix} \tag{69}$$

Dazu die Domarsche Gleichgewichtsbedingung

$$I_{it} = \Delta K_{it} = \frac{\Delta P_{it}}{\sigma_i} = \frac{\Delta Y_{it}}{\sigma_i} = \frac{Y_{it-1} - Y_{it}}{\sigma_i} \tag{70}$$

Wir können (70) in (69) einsetzen und gleichzeitig den Operator λ einführen:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} \\ i_{21} & i_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{\lambda^{-1}}{\sigma_1} \cdot Y_{1t} \\ \frac{\lambda^{-1}}{\sigma_2} \cdot Y_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{1t} \\ A_{2t} \end{bmatrix} \tag{71}$$

Das ergibt

$$\begin{bmatrix} 1-c_{11} - \frac{i_{11}}{\sigma_1}(\lambda^{-1}) & -c_{12} - \frac{i_{12}}{\sigma_2}(\lambda^{-1}) \\ -c_{21} - \frac{i_{21}}{\sigma_1}(\lambda^{-1}) & 1-c_{22} - \frac{i_{22}}{\sigma_2}(\lambda^{-1}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{1t} \\ A_{2t} \end{bmatrix} = 0 \tag{72}$$

Setzen wir die Parameter ein und ersetzen wir den Operator durch die Variable x, so erhalten wir

$$(73) \qquad \begin{bmatrix} 1,0 - 0,6x & 0,7 - 0,8x \\ 1,2 - 1,4x & 0,4 - 0,2x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_{1t} \\ A_{2t} \end{bmatrix} = 0$$

cc) Vernachlässigen wir das autonome Glied, so erhalten wir die sog. "reduzierte Gleichung". Die Lösung dieser vereinfachten Gleichung bringt uns die "allgemeine, homogene Lösung"[1]:

$$(74) \qquad \begin{bmatrix} 1,0 - 0,6x & 0,7 - 0,8x \\ 1,2 - 1,4x & 0,4 - 0,2x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = 0$$

Voraussetzung für die Gültigkeit dieser reduzierten Gleichung ist, daß die Determinante der Lösungsmatrix "singulär", d.h. gleich Null ist.

$$(75) \qquad \begin{vmatrix} 1,0 - 0,6x & 0,7 - 0,8x \\ 1,2 - 1,4x & 0,4 - 0,2x \end{vmatrix} = 0$$

Durch Multiplizieren der Diagonalglieder erhalten wir die Lösungsgleichung

$$(76) \qquad (1,0-0,6x) \cdot (0,4-0,2x) - (0,7-0,8x) \cdot (1,2-1,4x) = 0$$

$$(77) \qquad x^2 - 1,5\,x + 0,44 = 0$$

Als Lösung dieser quadratischen Gleichung ergeben sich die folgenden beiden Wurzeln:

$$x = \frac{1,5 \pm \sqrt{1,5^2 - 4 \cdot 0,44}}{2}$$

$$x_1 = \underline{\underline{1,1}} \qquad x_2 = \underline{\underline{0,4}}$$

Die erste Wurzel bedingt ein Wachstum von 10 % im Jahr, die zweite Wurzel würde das Wachstum jährlich um 60 % mindern. Doch wirken beide Wurzeln nebeneinander und überlagern sich, so daß im Ergebnis eine andere Wachstumsrate die Einkommensentwicklung der beiden Regionen bestimmt.

dd) Um die Expansionsgleichung bestimmen zu können, müssen wir die Ad-

---

1) Vgl. William S. Baumol, a.a.O., S. 350 und 353 f.

junkte[1]) zu unserer Matrix finden. Die transponierte Matrix der Lösungsdeterminante lautet:

$$(78) \qquad \overrightarrow{\overrightarrow{m}}' = \begin{bmatrix} 1,0 - 0,6x & 1,2 - 1,4x \\ 0,7 - 0,8x & 0,4 - 0,2x \end{bmatrix}$$

Bestimmen wir zu jedem Glied den entsprechenden Kofaktor, so erhalten wir die adjungierte Matrix

$$(79) \qquad \overrightarrow{\overrightarrow{m}}^* = \begin{bmatrix} 0,4 - 0,2x & -0,7 + 0,8x \\ -1,2 + 1,4x & 1,0 - 0,6x \end{bmatrix}$$

Wir können nun die adjungierten Matrizen für die beiden Lösungen finden, wenn wir in die obige Gleichung die beiden Wurzeln einsetzen:

$$(80) \qquad \overrightarrow{\overrightarrow{m}}(x_1)^* = \begin{bmatrix} 0,18 & 0,18 \\ 0,34 & 0,34 \end{bmatrix}$$

$$(81) \qquad \overrightarrow{\overrightarrow{m}}(x_2)^* = \begin{bmatrix} 0,32 & -0,38 \\ -0,64 & 0,76 \end{bmatrix}$$

Eine besondere Eigenschaft dieser adjungierten Matrizen ist, daß innerhalb einer Matrix alle Glieder einer Spalte in einem konstanten Verhältnis zueinander stehen[2]).

Die Lösung des reduzierten Gleichungssystems beschreibt Baumol folgendermaßen: "If $x_1 \ldots x_3$ are the roots of the determinantal equation [bei uns Gleichung (77)] and none of them are multiple roots, then

$$(82) \qquad Y_{it} = \sum_{j=1}^{w} V_j \cdot x_j^t \cdot P_i^*(x_j)$$

---

1) Baumol gibt folgende Definition der adjungierten Matrix: "The adjoint A of any matrix A is given by substituting for every element a_{ij} of A the cofactor of element a_{ji}, that is, the cofactor of the corresponding element of the transposed matrix."
William J. Baumol, a.a.O., S. 345

2) Vgl. William J. Baumol, a.a.O., S. 347 ff.

will be the solution to the difference equation [bei uns Gleichung (71)], where V_j are arbitrary constants and $P_i^*(x_j)$ is any column of the adjoint $P^*(x_j)$."[1] Mehrfach ist eine Wurzel dann, wenn sie gleichzeitig zwei oder mehrere Lösungen beinhaltet.

In unserem Beispiel würde die Lösungsgleichung also lauten[2]:

$$(83) \qquad \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = V_1 \cdot (1,1)^t \cdot \begin{bmatrix} 0,18 \\ 0,34 \end{bmatrix} + V_2 \cdot (0,4)^t \cdot \begin{bmatrix} 0,32 \\ -0,64 \end{bmatrix}$$

Die Werte für V_1 und V_2 bestimmen wir später mit Hilfe der Ausgangssituation.

ee) Die besondere Lösung ("particular solution")[3] für unser Beispiel erhalten wir dann, wenn wir auch die autonomen Ausgaben und die Ausgangssituation berücksichtigen. Die autonomen Ausgaben schlagen sich in Konstanten nieder, die zu der homogenen Lösung in Gleichung (83) addiert werden.

Die Konstanten lassen sich als die regionalen Einkommen errechnen, die sich auf Grund der autonomen Ausgaben allein, d.h. ohne jede volkswirtschaftliche Entwicklung ergäben. Um die Konstanten zu bestimmen, ersetzen wir in Gleichung (73) die Einkommen durch unsere gesuchten Konstanten B_1 und B_2, setzen die gegebenen autonomen Ausgaben ein und unterstellen einen Wachstumsfaktor von $x = 1$.

$$(84) \qquad \begin{bmatrix} -0,4 & -0,1 \\ -0,2 & 0,2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ 12 \end{bmatrix} = 0.$$

Daraus ergibt sich für $U_1 = 40$ und für $U_2 = 100$.
Die beiden gefundenen Werte fügen wir an die Gleichung (83) an, so daß diese lautet:

$$(85) \qquad \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = V_1 \cdot (1,1)^t \cdot \begin{bmatrix} 0,18 \\ 0,34 \end{bmatrix} + V_2 \cdot (0,4)^t \cdot \begin{bmatrix} 0,32 \\ -0,64 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 40 \\ 100 \end{bmatrix}$$

---

1) William J. Baumol, a.a.O., S. 349 f. P* entspricht dabei unserem m*.
2) Da die Spalten der adjungierten Matrizen alle linear abhängig voneinander sind, kann hier jede beliebige Spalte verwendet werden.
3) William J. Baumol, a.a.O., S. 350 f.

Diese Lösung muß natürlich auch für die Ausgangssituation, also für t=0, gelten. Für diese Situation können wir die gegebenen Ausgangswerte einsetzen.

(86)
$$50 = 0,18\ V_1 + 0,32\ V_2 + 40$$
$$100 = 0,34\ V_1 - 0,64\ V_2 + 100$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhalten wir für $V_1 = 100$ und für $V_2 = -25$. Die Expansionsgleichung für die beiden regionalen Einkommen lautet somit:

(87)
$$Y_{1t} = 18\,(1,1)^t - 8\,(0,4)^t + 40$$
$$Y_{2t} = 34\,(1,1)^t + 16\,(0,4)^t + 100$$

c) Bestimmung des gleichgewichtigen Zuwachsfaktors

aa) Wir sahen, daß das Einkommen einer jeden Region in seiner Entwicklung durch mehrere Wachstumsfaktoren bestimmt wird. Man darf sich jedoch dadurch nicht verleiten lassen, jeder Region eine besondere Wachstumsrate zuordnen zu wollen.

Die Übereinstimmung in der Zahl ergibt sich lediglich aus der mathematischen Notwendigkeit, daß ein Gleichungssystem n-ten Grades auch n Lösungen hat.

Wie bei den üblichen Wachstumsgleichungen steht auch hier jeder Wachstumsfaktor unter dem Exponenten t, der Zeit. Je größer t wird, desto mehr werden sich somit die größeren Wurzeln als Hauptwirkungsursache herausschälen. Ihr Einfluß wird den der anderen Wurzeln auf die Dauer verdrängen.

Die Summanden mit dem Wachstumsfaktoren um $x = 0$ werden schon nach wenigen Perioden verschwunden sein, und auch die anderen Wurzeln, die zwischen $+1 \geq x \geq -1$ liegen, werden schnell in ihrer Bedeutung abnehmen. Nur die Zuwachsfaktoren, die absolut größer sind als 1, tragen zu einer Vergrößerung der Einkommen bei. Die in absoluten Werten größte Wurzel bestimmt dabei den Hauptwachstumstrend; die kleineren Wurzeln bewirken eine gewisse Modifikation dieses Trends, werden aber umso mehr von diesem Trend überlagert, je größer t wird. Wir können also sagen, daß letzten Endes das Wachstum jeder Region und damit der gesamten Volkswirtschaft durch die größte Wurzel bestimmt wird.

Um dieses zu verdeutlichen, wollen wir die Entwicklung, die unser Modell durchmacht, in einer Tabelle wiedergeben.

Tab. 1 Entwicklung der Regionaleinkommen im Modell mit einkommenbildenden Staatsausgaben

t	Y_{1t}	Y_{2t}	$Y_{1t}+Y_{2t}$	$x(Y_{1t})$	$x(Y_{2t})$	$x(Y_{1t}+Y_{2t})$	$Y_{2t} : Y_{1t}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0	50,00	150,00	200,00	1,132	0,959	1,002	3,00
1	56,60	143,80	200,40	1,069	0,999	1,019	2,59
2	60,50	143,70	204,20	1,049	1,018	1,027	2,38
3	63,45	146,27	209,72	1,043	1,027	1,032	2,31
4	66,16	150,19	216,35	1,042	1,031	1,035	2,27
5	68,92	154,92	223,84	1,043	1,035	1,037	2,25
6	71,87	160,30	232,17	1,045	1,037	1,040	2,23
7	75,08	166,28	241,36	1,047	1,040	1,042	2,21
8	78,60	172,90	251,50	1,049	1,042	1,044	2,20
9	82,46	180,18	262,64	1,052	1,045	1,047	2.19
10	86,71	188,20	274,91	1,054	1,047	1,049	2,17
11	91,38	197,02	288,40	1,056	1,049	1,051	2,16
12	96,52	206,72	303,24	1,059	1,052	1,054	2,14
13	102,17	217,39	319,56	1,061	1,054	1,056	2,13
14	108,39	229,13	337,52	1,063	1,056	1,059	2,11
15	115,23	242,04	357,27	1,065	1,059	1,061	2,10
16	122,75	256,24	378,99	1,067	1,061	1,063	2,09
17	131,03	271,86	402,89	1,069	1,063	1,065	2,07
18	140,13	289,05	429,18	1,071	1,065	1,067	2,06
19	150,14	307,96	458,10	1,073	1,068	1,069	2,05
20	161,15	328,76	489,91	1,075	1,070	1,071	2,04
30	355,30	693,40	1 048,70	1,091	1,084	1,087	1,95
40	855,30	1 639,30	2 494,60	1,095	1,093	1,094	1,92
50	2 154,90	4 092,90	6 247,80	1,099	1,099	1,099	1,90
60	5 526,00	10 438,00	15 964,00	1,100	1,100	1,100	1,89
70	14 271,00	26 968,00	41 239,00	1,100	1,100	1,100	1,89
80	36 955,00	69 795,00	106 750,00	1,100	1,100	1,100	1,89
90	95 798,00	180 888,00	276 686,00	1,100	1,100	1,100	1,89
100	248 436,00	469 063,00	717 499,00	1,100	1,100	1,100	1,89

Die Spalten (2), (3) und (4) zeigen die Entwicklung der Einkommen, Y_{1t} für Region 1 und Y_{2t} für Region 2, und des Gesamteinkommens als Summe der Regionaleinkommen. Aus den Spalten (5), (6) und (7), welche die entsprechenden Wachstumsfaktoren zeigen, kann man ersehen, daß die drei Einkommensgrößen zunächst ungleichmäßig wachsen. Doch liegen die Zuwachsfaktoren bei allen Einkommen unter der größten Wurzel, x = 1,1. Dieser Wert wird erst bei t = 50 von den beiden Regionen erreicht und bleibt von hier an bestehen. Die späte Anpassung an ein ausgeglichenes Wachstum hat seine Ursache nicht in einer Störung durch eine kleinere Wurzel, sondern in der Tatsache, daß die autonomen Ausgaben, die wir ja als konstant angenommen haben, jeweils zum Einkommen hinzugezählt werden müssen und dadurch die tatsächliche Wachstumsrate kleiner erscheinen lassen. Bei sehr hohen Einkommenswerten, gegen die die autonomen Ausgaben bzw. die in der Wachstumsgleichung die autonomen Ausgaben ersetzenden konstanten Glieder, bedeutungslos sind, wird die maximale Zuwachsrate erreicht[1].

bb) Ähnliches gilt für die Relation zwischen den Einkommen der beiden Regionen, die in der Spalte (8) der Tabelle wiedergegeben ist. Die Ausgangsrelation $Y_{10} : Y_{20} = 1:3$ verschiebt sich immer mehr in Richtung auf die Relation $Y_{10} : Y_{20} = 1:1,89$. Daß dieses Verhältnis für das Gleichgewicht gilt, zeigt ein Blick auf das Gleichungssystem.

$$(88) \qquad \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = V_1\,(1,1)^t \begin{bmatrix} 0,18 \\ 0,34 \end{bmatrix} + V_2\,(0,4)^t \begin{bmatrix} 0,32 \\ -0,64 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 40 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Da mit wachsendem t der zweite Summand in der Gleichung Null wird, der dritte, konstante aber gegenüber dem wachsenden Einkommen allmählich bedeutungslos wird, kann man das Einkommen einfach aus dem ersten Summanden bestimmen.

$$(89) \qquad \begin{aligned} Y_{1t} &= V_1\,(1,1)^t \cdot 0,18 \\ Y_{2t} &= V_1\,(1,1)^t \cdot 0,34 \end{aligned} \qquad t \to \infty$$

Die beiden Einkommen verhalten sich demnach wie

$$(90) \qquad Y_{1t} : Y_{2t} = 0,18 : 0,34 = 1 : 1,89$$

Es ist wohl nicht verfehlt, wenn wir diese Feststellungen, die wir in einem System zweier Regionen machen konnten, auch auf das System mehrerer Regionen

---

1) Vgl. auch Anhang 1. Kapitel

übertragen. Wir können dann folgende Formulierung verwenden: Die Einkommen der einzelnen Regionen in einem Mehrregionenmodell nähern sich allmählich einer gemeinsamen Wachstumsrate. Die Anpassung geht umso schneller vor sich, je mehr die Ausgangsverteilung der Einkommen den Werten einer zur dominierenden Wurzel gehörenden adjungierten Matrix entsprechen und je unbedeutender die autonomen Ausgaben gegenüber den Einkommen sind.

3. Abgrenzung eines Möglichkeitsbereichs für den Wachstumsfaktor

a) Allgemeine Bemerkungen zur Lösung eines Gleichungssystems

Die Tatsache, daß das Gleichungssystem exakte Lösungen hat, besagt bereits, daß die Entwicklung des Einkommens nicht in willkürlichen Sprüngen, sondern stetig und vorausberechenbar vor sich geht. Erst wenn eine autonome Änderung eines oder mehrerer Parameter eintritt, entsteht ein Bruch in der Entwicklung; bleiben die Parameter nachher jedoch konstant, so ist auch der neue Entwicklungspfad eindeutig bestimmbar. In welcher Weise sich nun die Einkommen der einzelnen Regionen entwickeln, hängt von der Größe der dominierenden Wurzel ab. Wir wollen die Bedeutung der dominierenden Wurzel zunächst ganz abstrakt untersuchen.

Die allgemeinste Form einer Zahl ist die komplexe Zahl, die aus einem reellen und einem imaginären Teil besteht:

$$a + b \cdot \sqrt{-1}$$

Sie läßt sich geometrisch in der sog. Gaußschen Zahlenebene deuten[1)], in der die Abszisse eines Punktes den reellen, die Ordinate den imaginären Teil der komplexen Zahl widerspiegelt.

---

1) Vgl. z.B. Friedrich Ringleb, Mathematische Formelsammlung, Berlin 1960, S. 247 f. oder
Schumann ... a.a.O., S. 77 ff.

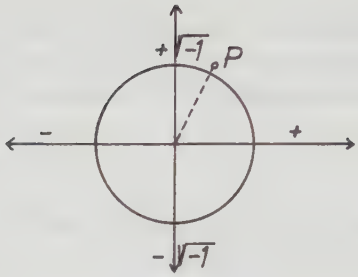

Fig. 3 Darstellung von komplexen Wurzeln

So verkörpert etwa der Punkt P die komplexe Zahl $1/2 + \sqrt{-1}$. Wie aus der Figur leicht zu erkennen ist, stellen die reellen Zahlen lediglich Sonderfälle auf der Abszisse gelegener Punkte dar.

Zeichnen wir in die Gaußsche Ebene einen Kreis mit dem Radius r = 1, einen sog. "unit circle"[1], so sind alle Punkte innerhalb dieses Kreises geometrische Darstellungen von Zahlen, die absolut kleiner sind als 1: die Punkte außerhalb des Kreises verkörpern Zahlen über 1.

b) Beziehung zwischen der Einkommensentwicklung und der Größe der Wurzel[2]

aa) Wie wir im vorigen Abschnitt sahen, bestimmt die dominierende Wurzel das Wachstum aller Regionen. Ist diese dominierende Wurzel absolut kleiner als 1, d.h. liegt ihre geometrische Darstellung auf der Gaußschen Ebene innerhalb des Einheitskreises, so wird x^t mit zunehmendem t immer kleiner: die regionalen Einkommen werden sich im Verlauf der Zeit immer mehr dem kon-

---

1) Vgl. John S. Chipman, a.a.O., S. 364; zum Teil haben wir die folgenden Stabilitätsüberlegungen bereits beim Ausgabemultiplikator durchgeführt, wenn auch mit anderer Zielrichtung.

2) Vgl. William J. Baumol, a.a.O., S. 206 ff.

stanten Glied annähern, das durch die autonomen Ausgaben in der Region bestimmt wird. Wenn die Wurzel außerdem noch reell und positiv ist, erfolgt die Annäherung an den konstanten Wert stetig, ist die Wurzel reell und negativ, so oszillieren die Einkommen während ihrer Annäherung um die Ruhelage; bei komplexer Wurzel ergibt sich eine gedämpfte sinuskurvenartige Schwingung.

Ein derartiges gedämpftes endogenes Wachstum ist natürlich in der Realität möglich. Man denke etwa an die zentralen Planwirtschaften des Ostblocks, bei denen fast alle Investitionen und ein großer Teil des Konsums autonom vorbestimmt werden, wo also das Wachstum der Volkswirtschaft und auch der Regionen exogen über die autonomen Ausgaben manipuliert wird und jedes selbsttätige Wachsen nach Möglichkeit ausgeschaltet wird.

Wir wollen aber nicht diese Fälle betrachten, sondern wie die herkömmlichen Wachstumstheorien unterstellen, daß das System aus sich heraus das Wachstum des Einkommens bewirkt und daß die autonomen Ausgaben dieses Wachstums nicht hervorrufen, sondern lediglich korrigieren müssen. Das bedeutet, daß die dominierende Wurzel jedenfalls größer als 1 sein muß. Bei diesen Wachstumsfaktoren, die absolut größer sind als 1, wollen wir drei Unterfälle unterscheiden:

bb) Ist der Wachstumsfaktor reell und größer als 1, so wächst das Einkommen der Regionen in Form einer Exponentialfigur, wie es die Kurve A in Fig. 4 zeigt.

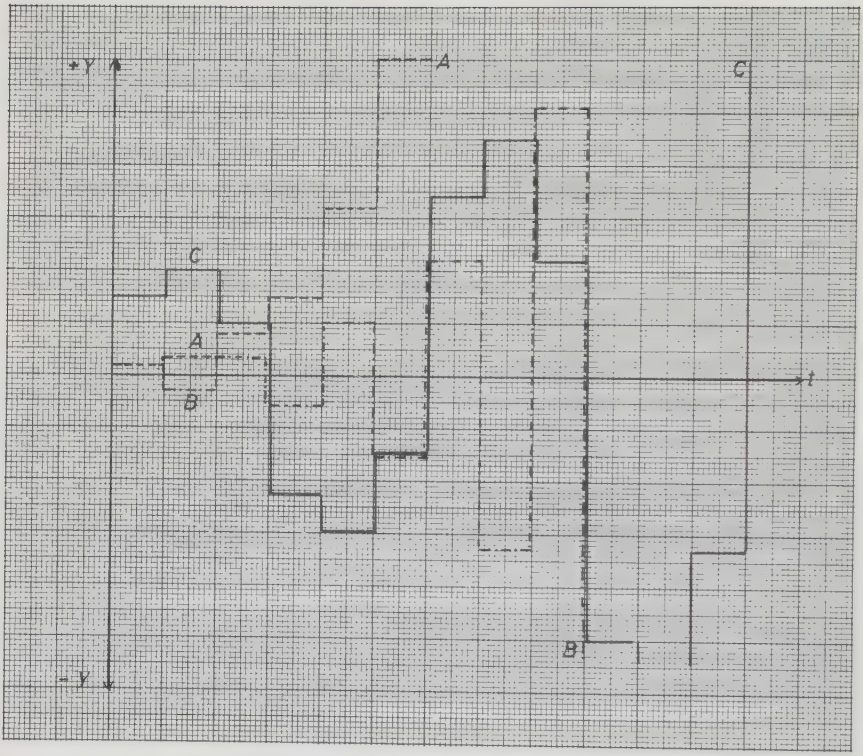

Fig. 4 Mögliche Formen der explosiven Einkommensentwicklung

cc) Ist die Wurzel reell und kleiner als -1, so ergibt sich eine ständige Oszillation um einen Mittelwert, der durch das konstante Glied in der Lösungsgleichung gegeben ist. Da die einzelnen Werte sich nach oben und unten immer weiter von diesem Mittelwert entfernen, tritt in jedem Fall einmal die Situation ein, in der das Einkommen negativ wird (Kurve B). In der Realität sind negative Einkommen nicht möglich. Ein Ausweg wäre die Einführung exogener Kräfte, die das Eintreten von negativen Werten verhindern könnten. Sobald eine solche Begrenzung wirksam wird, muß das System einen neuen Entwicklungspfad einschlagen. So nützlich eine solche exogene Kraft auch sein mag, so sehr erscheint sie als Lösung unbefriedigend. Wir wollen uns deshalb in unserer Untersuchung auf solche Entwicklungsmodelle beschränken, die keiner exogenen Einschränkungen

bedürfen, also negative Wurzeln außer Betracht lassen.

dd) Die einzelne Wurzel kann schließlich auch komplex sein. Ob ihr absoluter Wert größer oder kleiner als 1 ist, kann man feststellen, wenn man in der Gaußschen Ebene die Entfernung des entsprechenden Punktes vom Ursprung bestimmt. Dieser absolute Wert oder Modulus beträgt für eine Zahl a+bi, z.B.:

$W = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Komplexe Wurzeln treten immer nur konjugiert, d.h. paarweise auf, wobei der reelle Teil bei beiden Wurzeln gleich ist, der imaginäre zwar gleich groß ist, doch stets das entgegengesetzte Vorzeichen aufweist. Setzen wir konjugiert komplexe Wurzeln in die Lösungsgleichung (87) ein, so werden auch die entsprechenden Summanden für jeden Wert von t konjugiert komplex sein. Da die Summe zweier konjugiert komplexer Zahlen immer reell ist, haben wir auch bei komplexen Wurzeln ein reelles Einkommen als Ergebnis.

Ist die dominierende Wurzel nun komplex und größer als 1, so werden die Einkommen aller Regionen sinuskurven-förmigen Schwingungen[1] mit ständig wachsender Amplitude unterliegen (Kurve C)[2]. Die allmähliche Umkehrung der Entwicklungsrichtung erlaubt weit interessantere Schlußfolgerungen als das bloße Oszillieren bei negativen Wurzeln. Aber auch hier müssen schließlich negative Werte für die Einkommen auftreten. Um dem Grundsatz konstanter Entwicklungsgleichungen treu zu bleiben, müssen wir also auch die Fälle komplexer Wurzeln ausscheiden.

ee) Somit bleibt für unsere Betrachtung nur ein kleiner Teil der Gaußschen Ebene als Lösungsmöglichkeit übrig. Aber selbst in diesem Bereich hätten wir Wurzeln, die in der Realität nicht vorkommen. Bei einem Wachstumsfaktor von x = 2 etwa müßte sich das Einkommen jährlich verdoppeln. Solche gewaltigen Steigerungen des Einkommens kommen nur dann vor, wenn eine Inflation starke Preissteigerungen verursacht. Wir haben aber Preisveränderungen in unserem Modell ausgeschaltet. Für eine reale Einkommenssteigerung ist aber nur ein sehr viel kleinerer Möglichkeitsbereich gegeben. Eine endogene Wachstumsrate von mehr als 20 % im Jahr dürfte wohl in keiner Volkswirtschaft und keiner Region erreicht werden. Wollen wir diese 20 % als obere und 0 % als untere Grenze des endogenen Wachs-

---

1) Bei William J. Baumol, a.a.O., S. 210 "fluctuations"

2) Zum Problem komplexer Wurzeln besonders Alfred E. Ott, Einführung in die dynamische Wirtschaftstheorie, Göttingen 1963, S. 74 ff.

tums ansehen, so muß die dominierende Wurzel zwischen

(91) $$1 \leq x \leq 1,2$$

liegen.

c) Ausschaltung "unbrauchbarer" Wurzeln

aa) In einem Artikel "Foreign Trade Accelerator and International Transmission of Growth"[1], auf den wir später noch genauer zu sprechen kommen werden, erhält Hans Brems als Lösung eines Wachstumsmodells bei bestimmten Parametern sog. "wicked roots", was am besten wohl mit "unbrauchbare Wurzeln" zu übersetzen ist. Brems charakterisiert die Unbrauchbarkeit als "cases (where) the root of largest absolute value will give opposite signs to the ... elements of any column of the corresponding adjoint"[2]. In unserem Falle war x_2 eine solche untaugliche Wurzel, da sie in Gleichung (81) den Gliedern beider Spalten unterschiedliche Vorzeichen gab; allerdings war das nicht bedeutsam, weil x_2 die absolut kleinere Wurzel war. Warum dieses unterschiedliche Vorzeichen die Wurzel als dominierende Wurzel unbrauchbar macht, sehen wir in der Gleichung (87). Wenn $x_2 = 0,4$ die dominierende Wurzel wäre, so müßte früher oder später eine der beiden Regionen ein negatives Einkommen aufweisen. Da ein negatives Einkommen aber tatsächlich nie vorkommen kann, ist $x_2 = 0,4$ als dominierende Lösung unbrauchbar. Wir wollen nun versuchen, den Bereich als Lösung auszuklammern, in dem unbrauchbare Wurzeln die Entwicklung dominieren würden.

bb) Wie wir bereits früher sahen, kann die Wurzel zur Ermittlung der Entwicklungsgleichung in jede Spalte der adjungierten Matrix eingesetzt werden. Soll sie als dominierende Wurzel geeignet sein, so muß sie allen Gliedern einer Spalte das gleiche Vorzeichen geben. Diese Notwendigkeit erlaubt uns, aus der adjungierten Matrix gewisse Grenzen festzustellen, innerhalb deren die dominierende Wurzel liegen muß, damit sie zu einem brauchbaren Ergebnis führt. Die Grenzen umschließen für jede Spalte den Bereich, in dem alle Glieder das gleiche Vorzeichen aufweisen. Wir wollen dies an unserem recht einfachen Beispiel demonstrieren.

---

1) Hans Brems, Foreign Trade Accelerator and International Transmission of Growth, Econometrica, Bd. 24, 1956

2) Hans Brems, Foreign Trade ..., a.a.O., S. 230

Die adjungierte Matrix lautet:

$$(92) \qquad \overrightarrow{\overrightarrow{m}}^{*} = \begin{bmatrix} 0,4 - 0,2x & - 0,7 + 0,8x \\ - 1,2 + 1,4x & 1,0 - 0,6x \end{bmatrix}$$

Setzen wir nun jedes Glied gleich Null, so erhaltén wir die Punkte, an denen das betreffende Glied das Vorzeichen wechselt. Das ergibt für die 1. Spalte folgende Nullstellen:

$$(93) \qquad 0,4 - 0,2x = 0 \qquad x = + 2,0$$

$$(94) \qquad - 1,2 + 1,4x = 0 \qquad x = + 0,857$$

für die 2. Spalte:

$$(95) \qquad - 0,7 + 0,8x = 0 \qquad x = + 0,875$$

$$(96) \qquad 1,0 - 0,6x = 0 \qquad x = + 1,67$$

Wir können nun in einem einfachen Schema diese Nullstellen für jede Spalte eintragen und gleichzeitig anmerken, an welcher Seite dieser Nullstelle der jeweilige Spaltenwert positiv oder negativ ist.

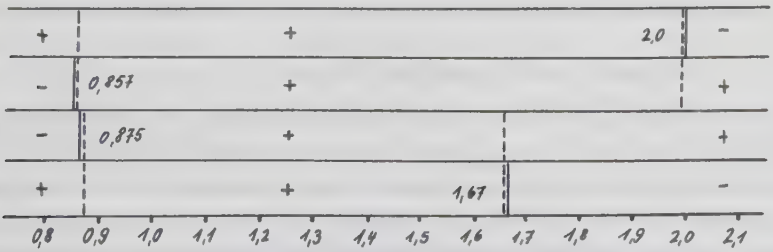

Fig. 5 Bereich für sinnvolle Wachstumsfaktoren

Für die erste Spalte weist der Bereich $0,857 \, x \leq 2,00$ das gleiche (positive) Vorzeichen auf, in der 2. Spalte hat der Bereich $0,875 \leq x \leq 1,67$ und das gleiche (positive) Vorzeichen[1]. Als gemeinsamer Bereich für die "good root" kann

---

1) Die Vorzeichen zwischen den Spalten müssen nicht übereinstimmen

demnach die Spanne von $0,875 \leq x \leq 1,67$ angesehen werden.

In der Tat liegt die größte Wurzel in unserem Beispiel in diesem Bereich.

cc) Es gibt zwei Möglichkeiten, die das System für Lösungen unbrauchbar machen:

1. Es gibt keinen für alle Spalten gemeinsamen Möglichkeitsbereich;
2. es gibt zwar einen solchen Bereich, doch liegt die dominierende Wurzel nicht in diesem.

Wir wollen später untersuchen, wie die Lösung in diesen Fällen aussehen muß.

So wie hier in einem Zwei-Regionen-Modell, erfolgt die Feststellung des brauchbaren Bereichs auch bei mehr als zwei Regionen. Nur stellen dort die Kofaktoren als Glieder der adjungierten Matrix Determinanten (n-1)-ter Ordnung dar, die einer Lösung fast ebenso schwer zugänglich sind wie das Ausgangsgleichungssystem selbst. Infolgedessen bietet die Suche nach dem brauchbaren Bereich keine spürbare Erleichterung. Haben wir die für ein reales Wachstum notwendige Größenordnung der dominierenden Wurzel gefunden, so können wir auch Rückschlüsse auf die Koeffizienten der Matrix ziehen.

4. Die "Stabilitätsbedingungen" des Wachstumsmodells

a) Versuch einer qualitativen Analyse

aa) Ähnlich wie beim Multiplikator können wir auch hier nach Abgrenzung der zulässigen Größe der Wurzeln gewisse Grenzbedingungen für das Gleichungssystem finden. Wir kamen zu dem Schluß, daß die dominierende Wurzel reell und positiv sein und zwischen 1 und 1,2 liegen soll, damit wir von einem gleichmäßigen, stetigen Wachstum sprechen können. Beziehen wir in unsere Bedingungen auch die nicht dominierenden Wurzeln ein, so können wir die Grenzen folgendermaßen setzen:

1) Keine Wurzel darf absolut größer sein als 1,2.

2) Mindestens eine Wurzel muß zwischen 1 und 1,2 liegen.

3) Die absolut größte Wurzel muß positiv und reell sein.

Das sind drei Bedingungen, die unabhängig voneinander sind und sich auch unabhängig voneinander überprüfen lassen.

bb) Wir wollen zunächst untersuchen, ob die "theorems for qualitative analysis"[1], die wir bereits bei der Behandlung des Ausgabenmultiplikators kennen lernten, uns die geeigneten Bedingungen für das System liefern können. Die Bedingungen der beiden Autoren Chipman und Metzler beziehen sich auf Matrizen, in denen der Operator nur in der Diagonale vorkommt. Es handelt sich immer nur (entsprechend dem Aufbau des Multiplikators) um die Differenz zwischen einer mit dem Operator multiplizierten Einheitsmatrix und der Transitionsmatrix. Für die Untersuchung wurde der Operator durch Null ersetzt, so daß die verschiedenen Teste nur die Transitionsmatrix ohne Operator betrafen.

In unserem Fall handelt es sich um eine völlig andere Art von Matrix. Hier ist der Operator λ infolge der Kapitalbildungsfunktion in allen Gliedern der Matrix enthalten. Eine Übertragung der Baumolschen Stabilitätsbedingungen ist daher nicht möglich.

Indessen könnte man unsere Matrix unter Konstanthaltung des Determinantenwertes durch verschiedene Permutationen[2] in eine Form überführen, die dem Baumolschen Test zugänglich wäre. Doch werden solche Permutationen immer schwieriger und komplizierter, je umfangreicher die Matrix ist. In der allgemeinen Formulierung ist eine solche Permutation überhaupt unmöglich.

b) Grenzbedingungen bei einem vereinfachten Modell

aa) Dagegen kann uns eine radikale Vereinfachung, wie wir sie schon beim Multiplikator vornahmen, zu grundlegenden Erkenntnissen führen[3]. Wir können in einer Modellüberlegung von sämtlichen Unterschieden zwischen den Regionen abstrahieren, also nur die Wirkung der Mehrregionalität auf die Größe des Wachstumsfaktors untersuchen.

Zu diesem Zweck denken wir uns eine Volkswirtschaft, in der keinerlei autonome Ausgaben vorkommen, in der insgesamt eine einheitliche Konsumrate von $c = 0{,}8$ und eine einheitliche Kapitalproduktivität von $\sigma = 1{,}0$ bestehen. Der Wachstumsfaktor läßt sich mit Hilfe der Differenzenrechnung[4] folgendermaßen

---

1) William S. Baumol, a.a.O., S. 361 ff.
2) A.C. Aitken, a.a.O., S. 26 ff.
3) Allerdings können wir damit nur die Auswirkungen der ersten und der dritten Bedingungen nachprüfen. Deshalb sei davon ausgegangen, daß die zweite Bedingung zutrifft.
4) Da die Differentialmethode auf sämtliche Lags verzichtet, wird man durch sie zu anderen Ergebnissen kommen.

bestimmen:

$$(97) \qquad Y_t = C_t + I_t = c \cdot Y_t + \frac{1}{\sigma} \cdot (Y_{t+1} - Y_t)$$

Daraus folgt für

$$(98) \qquad x = \frac{Y_{t+1}}{Y_t} = \frac{1-c+\frac{1}{\sigma}}{\frac{1}{\sigma}} = 1 + \sigma - c \cdot \sigma = 1,2.$$

Der Wachstumsfaktor der Volkswirtschaft beträgt also x = 1,2 bzw. die Wachstumsrate w= 20 %.

bb) Nun spalten wir diese Volkswirtschaft in zwei Regionen auf, die gleich groß sind und völlig identisch aussehen. Naturgemäß wird die Wachstumsrate von 20 % weiterhin für beide Regionen gelten; es handelt sich ja nur um eine statistische Aufgliederung. Durch die Bildung eines simultanen Gleichungssystems zweiten Grades entsteht aber noch eine zweite Wurzel. Diese wird in der Regel von dem ersten Wachstumsfaktor abweichen; in welchem Ausmaß, hängt ab vom Maß der Verflechtung zwischen den beiden Regionen. Nennen wir a die Konsumrate für heimische Güter, b die Rate für alle (aus der anderen Region) importierten Konsumgüter (jeweils bezogen auf das Regionaleinkommen), i die Ausgaberate für heimische Investitionsgüter und j die Ausgaberate für Investitionsgüter aus der anderen Region, so ergeben sich folgende Beziehungen:

$$(99) \qquad a + b = c = 0,8 \qquad b = 0,8 - a$$

$$(100) \qquad i + j = 1,0 \qquad j = 1,0 - i$$

Setzen wir diese Werte in die Gleichung (69) ein, so erhalten wir schließlich folgende Determinantengleichung

$$(101) \qquad (x - 2xi - a + 2i)^2 - (2xi - 2x + a - 2i + 1,2)^2 = 0$$

Wir können nun a und i, die Ausgaberaten für heimische Güter, variieren und erhalten dann neben der Erstwurzel von x = 1,2 verschiedene Zweitwurzeln, die aber alle als Lösung des Systems unbrauchbar (wicked roots) sind.

Tab. 2 Bereiche sinnvoller Wachstumsfaktoren im Zwei-Regionen-Modell

i \ a	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,0
1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
0,9	1,25	1,5	1,75	2,0	2,25	2,5	2,75	3,0	3,25
0,8	1,33	1,67	2,0	2,33	2,67	3,0	3,33	3,67	4,0
0,7	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5
0,6	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
0,5	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0,4	0,0	-1,0	-2,0	-3,0	-4,0	-5,0	-6,0	-7,0	-8,0
0,3	0,5	0,0	-0,5	-1,0	-1,5	-2,0	-2,5	-3,0	-3,5
0,2	0,67	0,33	0,0	-0,33	-0,67	-1,0	-1,33	-1,67	-2,0
0,1	0,75	0,5	0,25	0,0	-0,25	-0,5	-0,75	-1,0	-1,25
0,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,0	-0,2	-0,4	-0,6	-0,8

In der Tabelle ergibt sich von links nach rechts eine immer intensivere Verflechtung des Konsumgüterhandels, von oben nach unten ein stärkerer Investitionsgüteraustausch.

Links oben bei a = 0,8 und i = 1 ist die Situation zweier Regionen gegeben, die völlig unabhängig nebeneinander bestehen. Sie haben beide eine Wachstumsrate von 20 %.

Im unteren, durch die doppelte Linie abgegrenzten Teil der Tabelle finden wir Zweitwurzeln, die absolut kleiner sind als die Erstwurzeln, die also das Wachstum nur in gewissem Maß modifizieren, aber an der gleichgewichtigen Wachstumsrate nichts ändern.

Dagegen zeigt der Rest der Tabelle Zweitwurzeln, die absolut größer sind als 1,2 und damit die Erstwurzel dominieren. Da es sich dabei durchweg um unbrauchbare Wurzeln handelt, hat das System in diesem Bereich keine Lösung.

Versuchen wir für dieses mathematische Ergebnis irgendwelche Parallelen in der Realität zu finden, so werden wir keinen Erfolg haben. Es wäre ja widersinnig, wenn eine Volkswirtschaft durch die bloße statistische Aufspaltung in zwei Regionen zu einer völlig neuen Wachstumsrate käme. Bevor wir diesen Widerspruch zu erklären versuchen, wollen wir das entsprechende Ergebnis in einem allgemeinen Modell mit n Regionen bestimmen.

cc) Wir teilen dazu die bereits erwähnte Volkswirtschaft in n Regionen auf, die nicht nur in Kapitalproduktivität und Konsumrate, sondern auch im Ausmaß der Verflechtung übereinstimmen.

Also

(102) $$\sigma_1 = \sigma_2 = ... = \sigma_n = \sigma = 1,0$$

(103) $$c_1 = c_2 = ... = c_n = c = 0,8$$

(104) $$a_1 = a_2 = ... = a_n = a$$

(105) $$b_{12} = b_{1j} = b_{i1} = ... = b_{ij} = ... = b$$

(106) $$i_1 = i_2 = ... = i_i = ... = i$$

(107) $$j_{12} = j_{1j} = j_{i1} = ... j_{ij} = ... = j$$

Außerdem gelten auch hier die Bedingungen:

(108) $$a + (n - 1) \cdot b = c \qquad b = \frac{c - a}{n - 1}$$

(109) $$i + (n - 1) \cdot j = 1 \qquad j = \frac{1 - i}{n - 1}$$

Nach diesen Vereinfachungen können wir ganz allein auf die Wirkungen der regionalen Aufteilung abstellen. Lösen wir das vereinfachte Gleichungssystem, so erhalten wir zunächst die folgende Gleichung:

(110) $$x_1 = 1 + \sigma - c \cdot \sigma = 1,2$$

Dieser Wachstumsfaktor des Regionalmodells stimmt mit dem der gesamten Volkswirtschaft überein. Die anderen n - 1 Lösungen fallen zu einer einzigen Wurzel zusammen und ergeben sich aus dem folgenden Bruch

(111) $$x_{2,3,..,n} = \frac{1 + \sigma + n \cdot a \cdot \sigma - c \cdot \sigma - n \cdot \sigma - n \cdot i}{1 - n \cdot i}$$

Diese Wurzel ist "unbrauchbar", da sie in der adjungierten Matrix unterschiedliche Vorzeichen hervorruft. Wie wir bereits bei dem Modell mit zwei Regionen sahen, sind die Nebenlösungen unschädlich, solange sie unter 1,2 liegen, da sie von der Hauptlösung dominiert werden. Ergeben sich auf Grund der gewählten Koeffizienten Nebenlösungen, die größer sind als 1,2, so wird das Einkommenswachstum von diesen "wicked roots" bestimmt und damit irreal. Wir können die Grenzen zwischen einem realistischen und einem irrealen Wachstumsmodell graphisch darstellen. In Fig. 6 sind diese Grenzen in Abhängigkeit

von den internen und externen Austauschraten bestimmt.

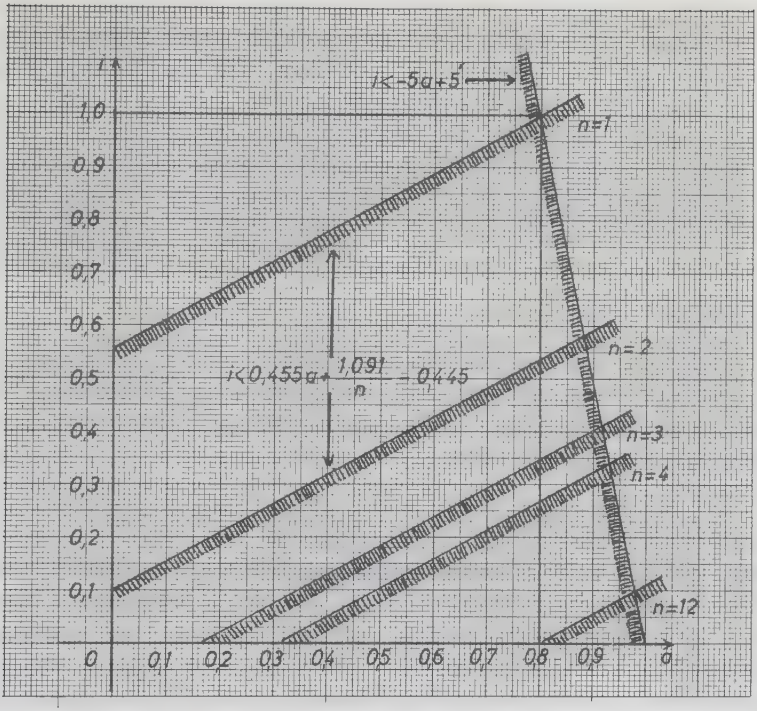

Fig. 6 Bereich realer Wachstumsfaktoren in einem Mehr-Regionen-Modell

Die Bereiche, für die die dominierende Wurzel reale Einkommenswerte bringt, liegen zwischen der für die Zahl der Regionen geltenden Gerade, der Abszisse und der Senkrechten c = 0,8.

Wir sehen, daß der Bereich realen Wachstums beschränkt ist auf diejenigen Fälle, in denen ein starker Handel von Investitionsgütern besteht. Schon bei nur zwei nebeneinander bestehenden Regionen müssen beide mindestens 51 % ihrer Investitionsgüter aus der anderen Region beziehen. Dieses entspricht der rotgezeichneten Grenze in der Tabelle 2. Bei einer größeren Zahl von Regionen ist der Bereich realen Wachstums noch kleiner, bis er für n = 12 ganz verschwindet.

Dieser Bereich wird nur dann ausgeweitet, wenn auch die Begrenzungen für das Wachstum ausgedehnt werden. Dagegen hat die Größe der Kapitalproduktivität keinerlei Bedeutung.

dd) Wir sind zu solchen eindeutigen Grenzbedingungen nur deshalb gekommen, weil wir durch die Vereinfachungen unterstellten, daß alle Regionen vollständig identisch wären. Geben wir diese Vereinfachung auf, so wird sich die Zahl der Wurzeln erhöhen (bisher hatten wir immer nur eine einfache und eine mehrfache Wurzel). Der Rückschluß von den Grenzen für den Wachstumsfaktor auf die Werte der Koeffizienten ist hier nicht allgemein möglich. Doch kann man die gleichen Tendenzen wie beim vereinfachten Modell zugrundelegen; vor allem werden die großen, unbrauchbaren Wurzeln bei geringem Austausch von Investitionsgütern bestehen.

ee) Treffen diese im Modell gefundenen Ergebnisse auch in der Wirklichkeit zu? Können wir in der Realität feststellen, daß bei nur geringem Austausch von Investitionsgütern das Wachstum in den Regionen sehr groß und das Einkommen in einigen Regionen negativ wird?

Ohne hier besondere Beispiele anzuführen, können wir wohl sagen, daß dies in der Realität nicht zutrifft. Selbst extrem geringer Austausch von Investitionsgütern kann kein Wachstum in den Regionen hervorrufen, das wir als irreal bezeichnet haben. Es wird höchstens bewirkt, daß die Regionen isoliert bleiben und sich das Wachstum zwischen ihnen auch auf die Dauer nicht ausgleicht. Das Wachstumsmodell von Harrod und Domar kann die offensichtliche Diskrepanz nicht erklären. Die Konstanz der Kapitalproduktivität gibt dem System eine zu starre Beziehung zwischen der Veränderung der Einkommen und der Investition, so daß in gewissen Fällen sich derartige irreale Ergebnisse einstellen müssen.

Wenn wir im folgenden das Modell noch verwenden wollen, so müssen wir beachten, daß es nur in einem bestimmten Bereich einen Erklärungswert hat.

Zunächst wollen wir jedoch noch eine Methode beschreiben, mit der man mit nur relativ geringem Aufwand feststellen kann, ob die größte und damit in der Regel dominierende Wurzel innerhalb oder außerhalb des realen Bereichs liegt.

c) Die Anwendung des Sturmschen Kriteriums

aa) Mit den bisher angewandten Methoden konnten wir die Stabilität eines Wachstumsprozesses gar nicht oder nur in ganz speziellen Fällen feststellen.

Darüberhinaus gibt es keine allgemeine Möglichkeit, reales von irrealem Wachstum abzugrenzen. Wollen wir trotzdem zu einem Ergebnis gelangen, so müssen wir die einzelnen Wurzeln berechnen und jede für sich auf ihren Realitätsgehalt untersuchen. Steht für die Lösung dabei keine Rechenanlage zur Verfügung, so wird man bereits bei den Gleichungssystemen niedrigen Grades auf erhebliche Schwierigkeiten stoßen.

Die Sturmsche Methode bringt erhebliche Erleichterungen sowohl für die manuelle als auch die maschinelle Lösung. Vorteilhaft ist vor allem die Flexibilität. So läßt sich der Rechenaufwand bedeutend verringern, wenn man nur die Lösungen in einem bestimmten Bereich (etwa $1,0 \leq x \leq 1,2$) oder aber nur bis zu einer geringen Genauigkeit bestimmen will.

bb) Ohne hier eine mathematische Begründung der Sturmschen Methode wiedergeben zu wollen[1]), sei an Hand unseres Beispiels die Anwendung des Sturmschen Kriteriums dargestellt.

Zur Ermittlung der Wachstumsraten in einer aus mehreren Regionen bestehenden Volkswirtschaft steht uns in der Regel eine Matrix zur Verfügung, deren Determinante Null ist. Aus dieser Matrix lassen sich die n "Sturmschen Funktionen"[2]) bestimmen, wobei n die Zahl der Regionen in der Volkswirtschaft ist.

Für unsere Determinantengleichung zweiten Grades erhalten wir folgende drei Sturmschen Funktionen:

(112) $$f_0(x) = x^2 - 1,5x + 0,44 \ ,$$

(113) $$f_1(x) = 2x - 1,5 \ ,$$

(114) $$f_2(x) = + \ 0,1225.$$

Aus diesen drei Funktionen können wir ohne große Mühe die Zahl der Wurzeln für jeden beliebigen Bereich ermitteln, indem wir die beiden Begrenzungswerte in die Funktionen einsetzen. Für den Bereich $0 \leq x \leq 1,0$ etwa läßt sich die Zahl der reellen Lösungen mit 1 bestimmen. In der Tat liegt mit $x_2 = 0,4$ eine Wurzel in diesem Bereich.

---

1) Diese Begründung gibt ausführlich Baumol in: William S. Baumol, Economic Dynamics, a.a.O., S.231,ff.

2) Vgl. William S. Baumol, Economic Dynamics, a.a.O., S. 233
Vgl. auch Anhang 5. Kapitel.

cc) Wie können wir die Sturmsche Lösungsmethode für unsere Zwecke nutzen?

Wir hatten für das Bestehen eines realen Wachstums drei Bedingungen genannt[1]. Die erste Bedingung besagte, daß keine Wurzel absolut größer als 1,2 sein dürfe. Um dies festzustellen, setzen wir die Werte $+\infty$ und +1,2, sowie $-\infty$ und -1,2 in die Funktionen ein und ermitteln, ob es zwischen diesen Werten Lösungen der Matrix gibt. Ist das der Fall, so haben wir es nicht mit realem Wachstum zu tun. Für unser Beispiel finden wir, daß in keinem der beiden genannten Bereiche eine Lösung des Gleichungssystems existiert. Die Wachstumsrate der Volkswirtschaft liegt auf jeden Fall in einem Bereich zwischen +1,2 und -1,2.

Mit der zweiten Bedingung war verlangt worden, daß mindestens eine Wurzel zwischen $1 \leq x \leq 1,2$ liegen muß. Wir können auch diese beiden Werte in die Sturmschen Funktionen einsetzen und feststellen, daß ein Wert in diesem Bereich liegt.

Das Überprüfen der dritten Bedingung, die verlangt, daß die absolut größte Wurzel positiv und reell sein soll, ist etwas komplizierter. Um das Vorzeichen der größten Wurzel zu bestimmen, legen wir Schnitte in gleichgroßem positiven und negativen Abstand von Null und stellen fest, wieviel Wurzeln absolut größer sind als dieser Schnitt. Den Abstand der Schnitte vom Nullpunkt vergrößern wir solange, bis entweder keine absolut größeren positiven oder negativen Wurzeln mehr vorhanden sind. In dem gewählten Beispiel genügt bereits ein Schnitt von $x = \pm 0,2$, um zu zeigen, daß zwischen $-\infty \leq x \leq -0,2$ keine Lösung mehr zu finden ist und daß die größte Wurzel positiv sein muß. Legen wir den Schnitt bei $x = \pm 0,5$, so finden wir zwischen $-\infty \leq x \leq -0,5$ keine Wurzel, zwischen $0,5 \leq x \leq \infty$ dagegen eine, die gleichzeitig die absolut größte Lösung sein muß.

Die Frage etwaiger komplexer Wurzeln läßt sich mit dem Sturmschen Kriterium allerdings nicht beantworten, da der Test solche imaginären Zahlen nicht verrät. Doch kann man aus dem Vergleich zwischen der durch das Sturmsche Kriterium festgestellten Zahl der reellen Wurzeln und dem Grad der Determinantengleichung indirekt auf das Vorhandensein von komplexen Wurzeln schließen. Kommen wirklich komplexe Wurzeln als Lösungen vor, so bleibt zur Prüfung der Stabilität nichts anderes übrig, als die Größe dieser Wurzeln festzustellen.

Das Sturmsche Kriterium gibt somit die Möglichkeit, mit relativ geringem Aufwand festzustellen, ob für das gewählte Modell eine reale oder eine irreale Wachstumsrate gilt. Durch weitergehende Abgrenzung der Bereiche lassen sich darüberhinaus alle Lösungen mit beliebiger Genauigkeit feststellen.

---

1) Vgl. Kapitel 4 dieses Abschnittes.

III. DAS WACHSTUMSMODELL NACH DOMAR UND HARROD IN SEINER KAPAZITÄT-BILDENDEN VARIANTE

1. Allgemeine Beschreibung des Modells

a) Ableitung der Wachstumsgleichung aus dem herkömmlichen Wachstumsmodell

aa) Bei den Wachstumsmodellen Harrods und Domars wird stets die Gleichheit von Einkommen und Produktion vorausgesetzt, wobei gleichzeitig Vollbeschäftigung und vollständige Konkurrenz impliziert wird. Es ist unwichtig, ob die Wachstumsformel sich auf das entstandene Einkommen oder auf die produzierte Gütermenge bezieht. In beiden Fällen kommt man zu dem gleichen Ergebnis. Das ist nicht anders bei dem regional aufgegliederten Modell, da es alle Voraussetzungen des einfachen Wachstumsmodells übernimmt.
Fügt man nun aber autonome Größen in das Wachstumsmodell ein, so wirken sich diese unterschiedlich aus, je nachdem ob sie als einkommensbildenden oder als kapazitätsbildend angesehen werden.

Im Abschnitt II schlossen wir uns einer Modellauslegung von Allen an. Wir erhielten das Einkommen als Summierung von Ausgaben für Konsumgüter, für Investitionsgüter und für Güter, die von staatlicher Seite in Anspruch genommen werden. Der Einbau der interregionalen Beziehungen erwies sich als einfach und wir erhielten eine mehr oder weniger plausible Wachstumsformel.

bb) Eine andere Möglichkeit besteht darin, von der Entwicklung der Produktionskapazität auszugehen. Die Kapazität einer Volkswirtschaft in einer bestimmten Periode setzt sich zusammen aus der Kapazität der Vorperiode und der durch Neuinvestitionen hinzukommenden Kapazität. Dabei kann man die Neuinvestitionen aufteilen in induzierte, die im allgemeinen als privat aufgebracht gelten, und in autonome, die überwiegend vom Staat durchgeführt werden.

$$P_{t+1} = P_t + \sigma I_t + \sigma A^P_t \tag{115}$$

wobei P eben die Kapazität, I die privaten, A^P die staatlichen Investitionen und σ die Kapitalproduktivität darstellen. Bei genauerem Zusehen erkennt man, daß diese Bestimmungsgleichung nichts anderes als die bereits erwähnte Kapitalbilfungsfunktion bzw. ein modifizierter Akzelerator ist. In einer gleichgewichtigen Wirtschaft, von der fast alle Wachstumstheoretiker ausgehen, ist die induzierte ex-ante Investition gleich dem ex-ante Sparen, wodurch die Investition eine Abhängige des Volkseinkommens wird.

(116) $$I_t = S_t = sY_t = (1-c)\,Y_t$$

Setzen wir außerdem die Produktion mit dem Einkommen gleich, so ergibt sich die relativ einfache Bestimmungsgleichung für die Kapazität

(117) $$P_{t+1} = P_t + \sigma(1-c)\,P_t + \sigma A_t^P$$

woraus wir unter Vernachlässigung der autonomen Investitionen zu der bekannten Wachstumsrate

(118) $$w = \sigma(1-c)$$

und zu der Expansionsgleichung

(119) $$P_t = P_0\left[1+(1-c)\sigma\right]^t + \text{Konst.}$$

kommen, die wir auch unter II in einer ähnlichen Form erhielten.

cc) Hier muß noch eine Bemerkung über die autonomen, als staatlich angenommenen Ausgaben eingeschoben werden. Da im vorigen Abschnitt die Entwicklung des Einkommens bestimmt wurde, bedeutet die Größe A diejenigen autonomen Einkommen, die das Volkseinkommen autonom vermehrten. Wir gehen hier indessen von der Bestimmungsgleichung für die Kapazität aus und müssen unter den autonomen Ausgaben infolgedessen auch kapazitätsbildende Ausgaben verstehen, weshalb wir sie auch mit A^P bezeichnet haben.

Beide Arten von autonomen Ausgaben können naturgemäß nebeneinander vorkommen, ja es wird häufig vorkommen, daß die gleiche Ausgabe Einkommen und Kapazität bildet. Man kann gemeinhin wohl sagen, daß jede autonome Ausgabe Einkommen hervorrufen, aber nicht jede die Kapazität vermehren wird.

Wie wir noch sehen werden, trifft man auf unterschiedliche Wirkungen, je nachdem man eine Ausgabe als einkommenswirksam oder nur kapazitätswirksam annimmt. Um diesen Unterschied genügend hervorzuheben, wollen wir im folgenden Abschnitt unterstellen, es gehe von den Ausgaben nur ein Kapazitätseffekt aus. Einen Vergleich zwischen den beiden Wirkungen wollen wir im nächsten Hauptteil bringen.

b) Einbeziehung der interregionalen Beziehungen

Die oben bestimmte Wachstumsrate der Produktionskapazität galt für eine einheitlich geschlossene Volkswirtschaft. Teilen wir diese Volkswirtschaft wieder in n Regionen auf, so können wir die einzelnen Regionen nicht als geschlossene

Einheiten, sondern müssen sie als mit einander verknüpfte Teile eines Ganzen ansehen. Die Verbindung zwischen den Regionen kommt dadurch zustande, daß nicht nur Investitionsgüter aus der eigenen Produktion, sondern auch aus der anderer Regionen zur Kapazitätsvermehrung herangezogen werden. Dabei ergibt sich folgende Beziehung zwischen den Investitionsgüter beziehenden (I^B) und den Investitionsgüter produzierenden Regionen (I^P):

(120) $$\vec{I^P} = \vec{\vec{i}} \cdot \vec{I^B}$$

oder in der Inversion

(121) $$\vec{I^B} = \vec{\vec{(i)}}^{-1} \cdot \vec{I^P}$$

wobei $\vec{I^P}$ und $\vec{I^B}$ die produzierten und bezogenen Investitionsgüter in der Form von Spaltenvektoren und $\vec{\vec{(i)}}^{-1}$ die inverse Austauschmatrix für Investitionsgüter darstellt. Damit ist der regionale Bedarf an Investitionsgütern in Abhängigkeit von der produzierten Gütermenge gesetzt.

Die Produktion von Investitionsgütern ist ihrerseits wieder funktional abhängig von den regionalen Einkommen, wenn wir konstante Konsumneigungen unterstellen. Wir beschrieben diesen Zusammenhang bei der Behandlung des Regional-Multiplikators im 1. Hauptteil.

(122) $$\vec{I} = (\vec{\vec{I}} - \vec{\vec{c}}) \cdot \vec{Y}$$

Aus den beiden Gleichungen ergibt sich die Beziehung zwischen dem Investitionsgüterbedarf und den regionalen Einkommen, wenn die Ausgabequote für Konsum- und für Investitionsgüter als konstant angenommen werden. Es handelt sich aber dabei nicht um Verhaltensgleichungen, sondern lediglich um eine Einbeziehung der interregionalen Verflechtungen in die Einkommensentstehung.

2. Die Bestimmung des gleichgewichtigen Zuwachsfaktors

a) Die Ableitung der Lösungsgleichung

Setzen wir diese Funktionalbeziehungen ein und unterstellen wir gleichzeitig, daß das Einkommen gleich der Produktionskapazität ist, so erhalten wir die folgende Matrizengleichung für die Produktion der Periode t + 1:

(123) $$\vec{P}_{t+1} = \vec{P}_t + \vec{\vec{I}}^{-1} \cdot (\vec{\vec{I}} - \vec{\vec{c}}) \cdot \vec{\vec{\sigma}} \cdot \vec{P}_t + \vec{\vec{\sigma}} \cdot \vec{A}_t^P$$

Diese Matrizengleichung ist in ihrer aufgegliederten Form recht kompliziert und verliert ihre Anschaulichkeit, sobald man mehr als zwei Regionen einbezieht.

Wir wollen deshalb auch hier ein Zweiregionen-Modell beispielhaft durchrechnen und an diesem die besonderen Eigenschaften des Modells kennenlernen. Zum besseren Vergleich mit dem Modell in Abschnitt II wollen wir hier die gleichen Zahlen verwenden.

b) Durchrechnung eines Zwei-Regionen-Modells

aa) Die Ausgangsdaten sind

Interne Konsumraten	$c_{11} = 0,6$	$c_{22} = 0,8$
externe Konsumraten	$c_{21} = 0,2$	$c_{12} = 0,1$
interne Investitionsraten	$i_{11} = 0,3$	$i_{22} = 0,2$
externe Investitionsraten	$i_{21} = 0,7$	$i_{12} = 0,8$
Kapitalproduktivitäten	$\sigma_1 = 0,5$	$\sigma_2 = 1,0$
autonome Ausgaben	$A_{1t} = 6$	$A_{2t} = 12$
Anfangssituation	$Y_{10} = 50$	$Y_{20} = 150$

bb) Die Kapazität der beiden Regionen in der Periode t + 1 ist durch folgende Gleichung bestimmt:

$$(124) \qquad \begin{bmatrix} P_{1t+1} \\ P_{2t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1t} \\ P_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_1 \cdot I^B_{1t} \\ \sigma_2 \cdot I^B_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_1 \cdot A^P_{1t} \\ \sigma_2 \cdot A^P_{2t} \end{bmatrix}$$

Wie wir bereits gesehen haben, läßt sich der Bezug von Investitionsgütern als Funktion ihrer Produktion darstellen. Im Zwei-Regionen-Modell sieht diese Beziehung folgendermaßen aus[1]:

---

1) Um die Gleichungen etwas einfacher gestalten zu können, soll D_i die Determinante der Investitionsaustausch-Matrix bezeichnen. Der Stern kennzeichnet eine adjungierte Matrix

$$(125)\quad \begin{bmatrix} I^B_{1t} \\ I^B_{2t} \end{bmatrix} = D_i^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} \\ i_{21} & i_{22} \end{bmatrix}^* \cdot \begin{bmatrix} I^P_{1t} \\ I^P_{2t} \end{bmatrix} = D_i^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_{22} & -i_{12} \\ -i_{21} & i_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I^P_{1t} \\ I^P_{2t} \end{bmatrix}$$

In einer Volkswirtschaft, die sich im Gleichgewicht befindet, wird die Produktion von Investitionsgütern gleich dem nicht verbrauchten Einkommen, d.h. dem Sparen sein. Dies läßt sich für unser Modell in folgender Weise beschreiben:

$$(126)\quad \begin{bmatrix} I^P_{1t} \\ I^P_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - c_{11} & -c_{12} \\ -c_{21} & 1 - c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix}$$

Setzen wir (126) ind (127) ein, so erhalten wir

$$(127)\quad \begin{bmatrix} I^B_{1t} \\ I^B_{2t} \end{bmatrix} = D_i^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_{22} & -i_{12} \\ -i_{21} & i_{11} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-c_{11} & -c_{12} \\ -c_{21} & 1-c_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix}$$

$$= D_i^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_{22}(1-c_{11})+c_{21}i_{12} & -i_{22}c_{12}-i_{12}(1-c_{22}) \\ -i_{21}(1-c_{11})-c_{21}i_{11} & i_{21}c_{12}+i_{11}(1-c_{22}) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix}$$

Wir können nun die numerischen Werte unseres Modells in die Gleichung (127) einsetzen und daraus die besonderen Lösungen für unser Beispiel ermitteln.

$$(128)\quad \begin{bmatrix} I^B_{1t} \\ I^B_{2t} \end{bmatrix} = \frac{1}{-0,5} \cdot \begin{bmatrix} 0,24 & -0,18 \\ -0,34 & 0,13 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,48 & 0,36 \\ 0,68 & -0,26 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix}$$

Nehmen wir an, daß das Einkommen in beiden Regionen dem Gesamtwert der Produktion entspricht, und setzen wir (128) in (124) ein, so erhalten wir eine Gleichung, deren Lösung uns die Wachtstumsfaktoren der Regionaleinkommen gibt.

$$(129)\quad \begin{bmatrix} P_{1t+1} \\ P_{2t+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{1t} \\ P_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,24 & 0,18 \\ 0,68 & -0,26 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{1t} \\ P_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,5 & A^P_{1t} \\ 1,0 & A_{2t} \end{bmatrix}$$

Setzen wir den Operator λ ein, der die Werte der Güterproduktion in den verschiedenen Perioden miteinander verbindet, und

(130) $$P_{it+1} = \lambda \cdot P_{it}$$

setzt, so ergibt sich aus der Gleichung (129) folgende Matrixgleichung:

(131) $$\begin{bmatrix} \lambda - 0,76 & -0,18 \\ -0,68 & \lambda - 0,74 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_{1t} \\ P_{2t} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 & A^{P}_{1t} \\ 1,0 & A^{P}_{2t} \end{bmatrix} = 0$$

cc) Die Lösung dieser Matrixgleichung erfolgt in der gleichen Weise wie in Abschnitt II. Auch hier stellen wir zunächst die allgemeinen homogenen Lösungen fest, indem wir die autonomen Ausgaben vernachlässigen und den Operator λ durch die Variable x ersetzen:

(132) $$\begin{vmatrix} x - 0,76 & -0,18 \\ -0,68 & x - 0,74 \end{vmatrix} = 0$$

Das charakteristische Polynom lautet

(133) $$x^2 - 1,5x + 0,44 = 0$$

woraus sich $x_1 = 1,1$ und $x_2 = 0,4$ als Lösungen ergeben.

Wir erhalten hier die gleichen Wurzeln wie im letzten Abschnitt. Das ist durchaus nicht verwunderlich, da beide Gleichungen auf den gleichen Grundlagen beruhen.

dd) Bei der Bestimmung der Expansionsgleichung gehen wir wieder aus von der adjungierten Matrix

(134) $$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}^{*} = \begin{bmatrix} x - 0,74 & 0,18 \\ 0,68 & x - 0,76 \end{bmatrix}$$

Wir setzen die gefundenen Werte für die beiden Wurzeln ein und erhalten

(135) $$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}(x_1)^{*} = \begin{bmatrix} 0,36 & 0,18 \\ 0,68 & 0,34 \end{bmatrix}$$

(136) $$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}(x_2)^{*} = \begin{bmatrix} -0,34 & 0,18 \\ 0,68 & -0,36 \end{bmatrix}$$

Die Lösung der reduzierten Gleichung würde dann lauten:

$$\begin{bmatrix} P_{1t} \\ P_{2t} \end{bmatrix} = V_1(1,1)^t \begin{bmatrix} 0,18 \\ 0,34 \end{bmatrix} + V_2(0,4)^t \begin{bmatrix} 0,18 \\ -0,36 \end{bmatrix} \tag{137}$$

ee) Um die eigentliche Entwicklungsgleichung zu finden, müssen wir noch die Ausgangssituation und die autonomen Investitionen berücksichtigen. Dazu ersetzen wir x in der Matrix der Gleichung (131) durch 1 und finden die Konstanten, die die autonomen Investitionen vertreten, in derselben Weise wie im letzten Abschnitt.

$$\begin{bmatrix} 0,24 & -0,18 \\ -0,68 & 0,26 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0,5 \cdot 6 \\ 1,0 \cdot 12 \end{bmatrix} = 0 \tag{138}$$

oder

$$\begin{aligned} 0,24\,U_1 - 0,18\,U_2 - 3 &= 0 \\ -0,68\,U_1 + 0,26\,U_2 - 12 &= 0 \end{aligned} \tag{139}$$

Die beiden Konstanten haben danach folgende Werte

$$U_1 = \underline{\underline{-49}} \qquad U_2 = \underline{\underline{-82}}$$

Die Werte für die beiden Variablen V_1 und V_2 ermitteln wir, indem wir die gefundenen Konstanten zu der Lösungsgleichung in der reduzierten Form hinzufügen und das Einkommen für die Periode t = 0 bestimmen:

$$\begin{aligned} P_{10} &= 0,18\,V_1 + 0,18\,V_2 - 49 = 50 \\ P_{20} &= 0,34\,V_1 - 0,36\,V_2 - 82 = 150 \end{aligned} \tag{140}$$

Die beiden Variablen lauten dann:

$$V_1 = \underline{\underline{614,28}} \qquad V_2 = \underline{\underline{-64,28}}$$

Durch Einsetzen dieser Variablen ergibt sich die endgültige Expansionsgleichung für die Produktion:

$$\begin{aligned} P_{1t} &= 110,57\,(1,1)^t - 11,57\,(0,4)^t - 49 \\ P_{2t} &= 208,86\,(1,1)^t + 23,14\,(0,4)^t - 82 \end{aligned} \tag{141}$$

c) Diskussion der gefundenen Lösung

Die obige Expansionsgleichung ähnelt der im vorigen Abschnitt gefundenen Gleichung. Sie besitzt die gleichen Wurzeln und ist gleich aufgebaut. Der Unterschied liegt in der Größe der Koeffizienten der beiden Wachstumsraten sowie in der Größe und dem Vorzeichen der autonomen Glieder. Sehen wir in einer Tabelle die Entwicklung der Produktionskapazität bei dieser Expansionsgleichung an, so können wir auch hier wesentliche Übereinstimmungen feststellen.

Die Spalten (2), (3) und (4) zeigen die Entwicklung der beiden Regionaleinkommen und des Gesamteinkommens. Die Spalten (5), (6) und (7) enthalten die entsprechenden Wachstumsfaktoren und die Spalte (8) die Relation zwischen den Regionaleinkommen.

Mit wachsendem t wird die Produktion immer größer und, da der Summand, der die Wurzel x = 0,4 enthält, allmählich gleich 0 und die Konstante unbedeutend wird, nähert sich der Wachstumsfaktor der Produktion der dominierenden Wurzel. Doch liegt dieser Wachstumsfaktor vor der Annäherung nicht unter, sondern über dieser Wurzel, was seine Ursache im negativen Vorzeichen der Konstanten hat[1].

Diese Tatsache ist auch der Grund dafür, daß die Produktion in diesem zweiten Modell im gleichen Zeitpunkt einen viel höheren Wert erreicht als das Einkommen im vorigen Modell, so etwa bei t = 20 P_{1t} = 694,84 (gegen Y_{1t} = 161,15) und P_{2t} = 1323,14 (gegen Y_{2t} = 328,76).

Obwohl die Produktion in dieser Expansionsgleichung weit größere Werte erreicht als das Einkommen bei dem Modell des Abschnitts II, spielt sich hier doch das gleiche Verhältnis von

(142) $$P_{2t} : P_{1t} = 1,889 : 1$$

bei genügend großemWert für t ein. Das ist besonders anschaulich aus der Gleichung (136) zu entnehmen, wo die Koeffizienten der dominierenden Wurzel sich ebenso verhalten wie in der Gleichung (90). Wir wollen bei der Begründung dieser Tatsache auf das entsprechende Kapitel[1] verweisen und uns hier mit anderen Problemen beschäftigen.

1) Vgl. dazu die Überlegungen zur Stabilität des Modells im Abschnitt II.

Tab. 3 Entwicklung der Regionaleinkommen im Modell mit kapazitätsbildenden Staatsausgaben

t	P_{1t}	P_{2t}	$P_{1t}+P_{2t}$	$\varkappa(P_{1t})$	$\varkappa(P_{2t})$	$\varkappa(P_{1t}+P_{2t})$	$P_{2t} : P_{1t}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
0	50,00	150,00	200,00	1,360	1,047	1,125	3,000
1	68,00	157,01	225,01	1,220	1,111	1,144	2,309
2	82,94	174,43	257,37	1,175	1,132	1,146	2,103
3	97,43	197,48	294,91	1,156	1,136	1,143	2,027
4	112,59	224,39	336,98	1,145	1,135	1,138	1,993
5	128,96	254,62	383,58	1,139	1,132	1,134	1,974
6	146,87	288,11	434,95	1,134	1,129	1,130	1,962
7	166,46	324,99	491,45	1,130	1,125	1,127	1,952
8	188,02	365,70	553,72	1,126	1,123	1,124	1,945
9	211,73	410,48	622,21	1,123	1,120	1,121	1,939
10	237,80	459,74	697,54	1,121	1,118	1,119	1,933
11	266,48	513,91	780,39	1,118	1,116	1,117	1,929
12	298,03	573,50	871,53	1,117	1,114	1,115	1,925
13	332,73	639,05	971,78	1,115	1,113	1,114	1,921
14	370,90	711,16	1 082,06	1,113	1,111	1,112	1,917
15	412,84	790,48	1 203,32	1,112	1,110	1,111	1,915
16	459,08	877,73	1 336,81	1,111	1,109	1,110	1,912
17	509,89	973,70	1 483,59	1,110	1,108	1,109	1,910
18	565,78	1 079,27	1 645,05	1,109	1,107	1,108	1,908
19	627,25	1 195,40	1 822,65	1,108	1,107	1,107	1,906
20	694,89	1 323,14	2 018,03	1,108	1,106	1,106	1,904
30	1 881,00	3 564,00	5 445,00	1,103	1,102	1,102	1,895
40	4 957,00	9 376,00	14 373,00	1,101	1,101	1,101	1,891
50	12 935,00	24 453,00	37 388,00	1,100	1,100	1,100	1,890
60	33 632,00	63 562,00	97 194,00	1,100	1,100	1,100	1,889
70	87 320,00	165 011,00	252 331,00	1,100	1,100	1,100	1,889
80	226 587,00	428 168,00	654 755,00	1,100	1,100	1,100	1,889
90	587 844,00	1 110 799,00	1 698 643,00	1,100	1,100	1,100	1,889
100	1 529 944,00	2 881 543,00	4 406 487,00	1,100	1,100	1,100	1,889

3. Die "Stabilität" des Modells

a) Möglichkeitsbereich für den Wachstumsfaktor

In einem früheren Abschnitt grenzten wir den Möglichkeitsbereich für ein Wachstum des Einkommens ab, das einen gewissen Bezug auf die Wirklichkeit hat, und kamen zu dem Schluß, daß der Wachstumsfaktor positiv, reell und zwischen $1 \leq x \leq 1,2$ sein sollte. Wir können wohl zu Recht für die Produktion in diesem Modell dasselbe unterstellen.

Anders verhält sich allerdings die Abgrenzung der unbrauchbaren Wurzeln. Dort hatten wir jeweils nach beiden Seiten abgegrenzte Bereiche erhalten, in welchen die dominierende Wurzel liegen mußte, damit das Einkommen zu irgendeiner Zeit nicht negativ würde. Aus der adjungierten Matrix (134) ergibt sich hier eine andere Lösung. Die Variable x ist nur in den Werten der Diagonale enthalten. Für jede Matrixspalte ergibt sich demnach nur ein einziger Grenzwert. Wir haben das gleiche (positive) Vorzeichen in der ersten Spalte, wenn $x > 0,74$ und in der zweiten Spalte, wenn $x > 0,76$. Die dominierende Wurzel erfüllt also die Bedingungen, für ihre Brauchbarkeit, wenn sie größer ist als 0,76. In unserem Beispiel ist das auch der Fall. Haben wir ein System höherer Ordnung, besteht die Volkswirtschaft also aus mehr als zwei Regionen, so wird sich die Abgrenzung in ähnlicher Weise wie hier ergeben. In der Regel wird bei ähnlich "normalen" Parametern wie den von uns verwandten jede Wurzel über +1,0 den Anforderungen für die Brauchbarkeit genügen.

b) Die "Stabilitätsbedingungen"

Nachdem wir die notwendige Größe der dominierenden Wurzel kurz umrissen haben und feststellten, daß sich keine wesentlichen Unterschiede zum vorigen Modell ergeben, können wir uns den Stabilitäts- bzw. Realitätsbedingungen des Wachstumsmodells zuwenden. Während im II. Abschnitt die qualitative Analyse Baumols und Chipmans an der Form der Matrixgleichung scheiterte, ist die Anwendung hier nun möglich. Die Matrix in der Gleichung (131) enthält den Operator oder die diesen ersetzende Variable nur in den Diagonalgliedern und entspricht daher auch den Beispielen Baumols und Chipmans. Da wir jedoch andere Anforderungen an unser Modell als die beiden Autoren stellen[1],

---

1) John S. Chipman und William J. Baumol wollen feststellen, wann eine Entwicklung gedämpft ist, während wir untersuchen, wann eine Entwicklung ein in der Realität mögliches Wachstum aufweist.

können wir uns nicht ihrer fertigen Bedingungen bedienen, sondern müssen aus dem allgemeinen Ansatz neue Bedingungen finden.

Baumol[1] gibt folgende Grundregel: "Proposition six: i) The sum of the roots of the characteristic equation of a system of first-order simultaneous difference (differential) equations of form (131) [Grundsystem des simultanen Gleichungssystems] is equal to the trace of the characteristic matrix of the system (with x set equal to zero), and ii) the product of the roots is equal to the determinant of the system (with x = 0)."

Dabei ist zu berücksichtigen, daß Baumol als Grundlage seines Beispiels die Matrix $(\vec{\vec{m}} - \lambda \cdot \vec{\vec{1}})$ verwendet[2], während wir bisher immer mit der Matrix $(\lambda \cdot \vec{\vec{1}} - \vec{\vec{m}})$ arbeiten. Um Baumols Regel anwenden zu können, wollen wir zunächst die Glieder der Matrix mit (-1) multiplizieren und erhalten dann:

$$\begin{vmatrix} 0,76 - x & 0,18 \\ 0,68 & 0,74 - x \end{vmatrix} = 0 \tag{143}$$

Lassen wir x = 0 werden, so ergibt sich für die Spur der Wert 1,5, was genau der Summe der beiden Wurzeln entspricht und als Determinante 0,44, also das Produkt der Wurzeln.

Aus diesem Satz Baumols können wir notwendige, jedoch nicht hinreichende Bedingungen für unser Modell ableiten.

Wie wir im Abschnitt II ausführlich beschrieben, müssen die dominierenden Wurzeln unbedingt zwischen

$$1,0 \leq x \leq 1,2 \tag{144}$$

liegen. Die anderen Wurzeln dürfen absolut natürlich nicht größer sein als diese dominierende Wurzel, können sich also in dem Bereich von

$$-1,2 \leq x \leq +1,2 \tag{145}$$

bewegen.

Die Spur der Matrix, die die Entwicklung der Regionaleinkommen bestimmt, ist gleich der Summe der verschiedenen Wurzeln und liegt bei zwei Regionen zwischen

---

1) William J. Baumol, a.a.O., S. 361; vgl. auch A.C. Aitken, a.a.O., S. 88
2) William J. Baumol, a.a.O., S. 357

(146) $$0 \leq \text{sp } \overrightarrow{\overrightarrow{m}} \leq + 2,4 \ ,$$

bei n Regionen zwischen

(147) $$- 1,2 \ (n - 2) \leq \text{sp } \overrightarrow{\overrightarrow{m}} \leq 1,2 \ n \ .$$

Die Determinante der Matrix, die gleich dem Produkt der Wurzeln ist, wird bei zwei Regionen in dem Bereich von

(148) $$- 1,44 \leq \det \overrightarrow{\overrightarrow{m}} \leq + 1,44 \ ,$$

bei n Regionen in dem Bereich von

(149) $$- (1,2)^n \leq \det \overrightarrow{\overrightarrow{m}} \leq + (1,2)^n$$

liegen.

Diese Grenzbedingungen sind sehr weit gesteckt und gehen davon aus, daß nicht nur die dominierende Wurzel, sondern alle anderen Lösungen eine extreme Größe erreichen.

Schließlich können wir noch, ebenso wie im letzten Abschnitt, die Grenzbedingungen an einem Modell vollkommen identischer Regionen untersuchen. Doch würde dies nicht neue Ergebnisse bringen und soll deshalb unterlassen werden.

IV. DIE MÖGLICHKEIT ANDERER WACHSTUMSMODELLE FÜR MEHRERE REGIONEN NACH DER THEORIE HARRODS UND DOMARS

1. Allgemeines

Wir hatten entsprechend dem Wachstumsmodell Harrods und Domars als Grundlage unseres Mehr-Regionen-Modells eine lineare Beziehung zwischen dem Einkommen und dem Konsum und eine ebenso lineare Beziehung zwischen der Veränderung des Einkommens und der Investition unterstellt. Die Anwendung des Modells für die Regionaltheorie veranlaßte uns, als Erweiterungen nur noch den interregionalen Handel von Konsum- und Investitionsgütern einzubauen.

Dieses Vorgehen sollte jedoch nicht implizieren, daß die Ausweitung des Grundwachstumsmodells nur in diese Richtung möglich ist. Man kann durchaus noch andere Beziehungen in das Gleichungssystem einführen. Wir denken hier vor al-

lem an längerfristige Abhängigkeiten zwischen Konsum oder Investition auf der einen Seite und dem Einkommen auf der anderen Seite. Zur Lösbarkeit des Gleichungssystems ist allerdings notwendig, daß es schließlich nur Einkommensgrößen als Variable enthält.

Der Nachteil solcher Erweiterungen ist, daß die Rechenvorgänge viel komplizierter werden. Dies hat auch zur Folge, daß grundlegende Zusammenhänge, die wir herauskristallisieren wollen, durch andere Beziehungen überlagert werden. Wir wollen im folgenden nur eine der vielen möglichen Modifizierungen kurz wiedergeben, ohne sie in unserem Modell zu verwenden.

2. Das Wachstumsmodell von Brems

In seinem Aufsatz "The Foreign Trade Accelerator and the International Transmission of Growth"[1] hat Hans Brems ein Zweiländer-Wachstumsmodell mit 52 Gleichungen und 52 Variablen aufgestellt. Wir wollen hier nicht die einzelnen Gleichungen, sondern nur die Lösungsgleichung und die Lösung besprechen, für die Brems ein "Electronic Digital Computer Laboratory"[2] bemühte. Dieser Aufwand war deswegen notwendig, weil Brems durch seine Modifizierung eine Lösungsgleichung 16ten Grades erhielt, die naturgemäß ohne Rechenanlage kaum lösbar ist.

Die Modifizierung durch Brems bestand darin, daß er außer der Nettoinvestition auch noch die Reinvestition in sein System einführte. Dies bedeutet zweifellos eine gewisse Annäherung an die Realität gegenüber unserem Modell. Da aber die Lebensdauer der Investitionsgüter ebenso wie die Kapitalproduktivität nicht nur innerhalb eines Landes, sondern auch zwischen den einzelnen Ländern als gleich unterstellt wurde, ergeben sich wieder neue Einschränkungen für die Anwendbarkeit der Lösungen. Außerdem nimmt Brems eine zusätzliche Abstraktion vor, indem er nur einen Handel mit Investitionsgütern, nicht aber mit Konsumgütern zuläßt.

Übertragen wir die Symbole von Brems in unsere bisher verwandte Terminologie, so erhalten wir folgende zwei Lösungsgleichungen[3]:

---

1) Hans Brems, The Foreign ..., a.a.O., S. 223-238
2) Hans Brems, The Foreign ..., a.a.O., S. 223
3) Vgl. Hans Brems, The Foreign ..., a.a.O., S.227
Die Klammern deuten hier ein Funktionalverhältnis an.

$$
\begin{aligned}
Y_{1t} &= C_{1t}+I_{11}\left[Y_{1t}-Y_{1t-1}\right]+I_{12}\left[Y_{2t}-Y_{2t-1}\right]+RI_1\left[Y_{1t-L}-C_{1t-L}\right] \\
Y_{2t} &= C_{2t}+I_{21}\left[Y_{1t}-Y_{1t-1}\right]+I_{22}\left[Y_{2t}-Y_{2t-1}\right]+RI_2\left[Y_{2t-L}-C_{2t-L}\right]
\end{aligned}
\tag{150}
$$

wobei L die Lebensdauer aller Investitionsgüter darstellt, für die Brems 16 Jahre bzw. 8 zweijährige Perioden annimmt.

Da auch die Konsumgrößen abhängig vom Einkommen sind, kann Brems nach Einsetzung der gegebenen Parameter das Gleichungssystem lösen und er erhält n.L = 16 Lösungen.

Brems ist allerdings nicht an allen diesen Lösungen interessiert, sondern er will lediglich die Voraussetzungen für ein gleichgewichtiges und realistisches Wachstum untersuchen. Zu diesem Zweck variiert er für beide Länder die Aufteilung der Investitionsgüterproduktion in Export und heimischen Verbrauch in 6 Stufen, so daß er insgesamt 6.6 = 36 verschiedene Kombinationen erhält. Jeder dieser 36 Fälle hat 16 Lösungen, von denen die jeweils größte Wurzel (wie in unserem Modell) die anderen 15 dominieren wird. Brems kommt nun zu dem Ergebnis, daß in 15 von den 36 Fällen "the root of largest absolute value will give opposite signs to the two elements of any column of the corresponding adjoint"[1], was die Lösung unbrauchbar macht. Brems beschreibt dann ausführlich, daß infolge einer "wicked root" eine oder beide Regionen negative Einkommensgrößen und negative Kapitalausrüstungen haben müßten. Beide Fälle erklärt er für "logically" und "economically inconceivable"[2]. Eine Notlösung, die alle negativen Größen gleich Null setzt, kommt zwar zu wesentlich niedrigeren Wachstumsraten, kann aber den Entwicklungspfad nicht wesentlich kontinuierlicher gestalten. Das Ergebnis stimmt mit dem unseren darin überein, daß die unbrauchbaren Lösungen nur in den Fällen erscheinen, wo nur ein geringer Teil der Investitionsgüter in das andere Land exportiert wird.

In allen übrigen 21 Fällen haben wir brauchbare Wurzeln oder "good roots ... which .. (have) the largest value and at the same time gives the two elements of a column of the adjoint the same signs"[2]. Sie sind real, positiv und liegen zwischen $1{,}049 \leq x \leq 1{,}1104$, entsprechen also den von uns aufgestellten Anforderungen. Auch die anderen 15 Fälle besitzen Lösungen in dieser Größenklasse, wenn sie auch von der unbrauchbaren Wurzel dominiert werden.

---

1) Hans Brems, The Foreign ..., a.a.O., S. 230
2) Hans Brems, The Foreign ..., a.a.O., S. 232

Schließlich kommt auch Brems in seinem Modell zu dem Schluß, daß die Einkommen der beiden Länder einem Verhältnis zustreben, das von der Größe der Austauschparameter abhängt. Und zwar sei "a high equilibrium common growth rate ... associated with a low equilibrium ratio between the gross national product of the low saving economy and the gross national product of the high-saving economy"[1]. Das bedeutet nichts anderes als daß bei starkem Wachstum der beiden Länder das Einkommen des stärker sparenden Landes gegenüber dem des geringer sparenden mehr begünstigt ist als bei niedrigem Wachstum.

Wie wir sehen, kommt Brems zu genau den gleichen Ergebnissen wie wir, obwohl beide Modelle sich durch mehrere Modifizierungen unterscheiden.

Nachdem wir in diesem Teil ein grundlegendes Wachstumsmodell durch Einbeziehung einer bestimmten Anzahl von Regionen modifizierten, wollen wir nun im letzten Hauptteil eine Anwendung für die regionale Wachstumspolitik untersuchen.

---

1) Hans Brems, The Foreign ..., a.a.O., S. 233

Dritter Hauptteil

ANSATZPUNKTE EINER REGIONALEN WACHSTUMSPOLITIK

I. ZIELE UND INSTRUMENTE DER REGIONALPOLITIK

1. Allgemeine Bemerkungen

a) Unter dem Begriff Regionalpolitik werden heute allgemein staatliche Maßnahmen sehr unterschiedlicher Art zusammengefaßt. Die Skala reicht von der finanziellen Förderung der Zonenrandgebiete bis zu der Beaufsichtigung der Verkehrstarife und den Grundsätzen des Städtebaus.

Andererseits gibt es aber auch viele politische Maßnahmen, die zwar eine tiefgreifende Wirkung auf die Entwicklung der Regionen haben, jedoch in keiner Beziehung zu einem die Regionalpolitik koordinierenden Organ stehen.

Dieser Mangel hat seine Hauptursache wohl darin, daß einerseits eine grundlegende theoretische Behandlung dieses wirtschaftspolitischen Bereiches fehlt, andererseits aber auch in den politisch verantwortlichen Stellen bisher noch wenig unternommen wurde, alle regional wirksamen Maßnahmen zu koordinieren. Beide Aufgaben würden den Rahmen einer Dissertation überschreiten. Wenn wir uns doch mit diesen Problemen ganz kurz befassen, so geschieht das lediglich, um zu zeigen, daß die hier entwickelte regionale Wachstumspolitik nicht im luftleeren Raum aufgebaut wird, sondern auch Beziehungen zur Realität besitzt.

b) Im 19. Jahrhundert war man der Meinung, die Wirtschaft - und damit auch die geographische Verteilung der wirtschaftlichen Faktoren - würde sich selbst zu einer optimalen Situation hin entwickeln und an jede exogene Veränderung der wirtschaftlichen Daten selbsttätig anpassen. Von dieser Ansicht haben sich die meisten Wissenschaftler unter dem Eindruck der Ereignisse in diesem Jahrhundert abgekehrt, obwohl doch die äußeren Bedingungen, unter denen sich die Wirtschaft zu bewähren hatte, kaum die Möglichkeit eines objektiven Tests zuließen.

Die Frage, ob wenigstens die Standortverteilung der wirtschaftlichen Gegebenheiten einer selbständigen Optimierung oder auch nur Meliorierung unterliegt, ist um so weniger zu beantworten, als man sich immer noch uneins ist, wie das optimale Landschaftsbild aussehen soll. Fehlt diese Blickrichtung auf ein Ziel, so ist auch die Beurteilung der gegebenen Situation nicht möglich.

c) Um dieses Wunschbild auch erreichen zu können, muß die Regierung zunächst die augenblickliche wirtschaftliche Raumstruktur kennen. Sie drückt sich aus in der Verteilung der produktiven Einheiten, der Menschen, der Produktionsstätten, der Städte, der Verkehrsträger usw. Die statistische Erfassung dieser geographischen Struktur kann erfolgen, indem man Wirtschaftssektoren bildet, für die jeweils das Raumbild festgestellt wird, also etwa die räumliche Verteilung der Landwirtschaft, der Elektroindustrie, der Verkehrsträger, der Bevölkerung. Oder aber man bildet kleinere geographische Einheiten, wie Regionalbezirke, Kreise und Gemeinden, in denen der wirtschaftliche Aufbau festgestellt wird und deren Meldungen man dann mosaikartig zu einem Gesamtbild zusammensetzt.

d) In einer logisch vorgehenden Regionalpolitik würde man nun dieses tatsächliche Strukturbild der gesamten Wirtschaft mit dem anzustrebenden Idealbild oder zumindest einer besseren Struktur vergleichen und dadurch die Mängel geographisch und nach Wirtschaftsbereichen fixieren. An diesen "wunden Punkten" könnte durch geeignete konzentrierte Maßnahmen der notwendige Heilungsprozeß angeregt werden. Die zur Verfügung stehenden Mittel würden je nach Bedarf an die regionalen, bzw. auch sektoralen Organe verteilt, die nun ihrerseits auf Grund ihrer besseren Detailkenntnis die Struktur ihrer Region oder ihrer Wirtschaftsbereiche verbessern könnten.

Nun fehlte aber bisher ein allgemein anerkanntes optimales Raumbild. Diesen Mangel versuchte man nun oftmals in einer pseudomarktwirtschaftlichen Manier dadurch auszugleichen, daß man den untergeordneten regionalen oder sektoralen Instanzen auch den Vergleich zwischen der bestehenden Struktur und ihrem naturgemäß auf ihren engeren Bereich beschränkten Idealbild überließ und so gleichzeitig mit der geographischen Struktur der wirtschaftlichen Fakten auch eine solche der Wünsche erhielt. Die verfügbaren Mittel wurden dann entsprechend den mehr oder weniger objektiv geprüften Wünschen verteilt.

Dieser Verteilungsmodus wird natürlich sehr stark durch die individuellen Vorstellungen und das diplomatische Geschick dieser unteren Instanzen beeinflußt. Nun ist es sicher marktwirtschaftlich gedacht, wenn die Vertreter dieser Regionen oder Sektoren nach ihren eigenen Zielvorstellungen handeln, sobald sie selbst die Kosten dafür tragen. Soll aber die Mittelzuweisung zentral erfolgen, liegt es

unbedingt im Sinne einer Marktwirtschaft, auch die objektive Notwendigkeit der Mittelzuweisung durch dieses zentrale Organ prüfen zu lassen.

e) In unserer Untersuchung, die rein theoretisch ist, können wir solche Gesichtspunkte der politischen Praktikabilität nicht berücksichtigen. Wir müssen voraussetzen, daß die Regionalpolitik folgerichtig abläuft. Gehen wir davon aus, daß sie sich zusammensetzt aus

1. der Erfassung des Tatsachenbildes,
2. dem Vergleich dieses Bildes mit einem oder mehreren Zielen,
3. der Suche nach geeigneten Instrumenten,
4. dem Einsatz dieser Instrumente durch das zentrale Organ und
5. der Durchführung der Maßnahmen in den untergeordneten Instanzen,

so beschränken wir uns hier auf einen Teilaspekt des Punktes 3, nämlich der Beziehung zwischen eventuellen regionalpolitischen Zielen und der Anwendung fiskalischer quantitativ erfaßbarer Maßnahmen.

2. Ziele einer Regionalpolitik

a) Wir stellten bereits fest, daß es bisher noch keine allgemein anerkannte Vorstellung von einer optimalen Raumstruktur gibt. Doch wenn auch solch ein Zielgebäude fehlt, so kann man doch gewisse Bausteine nennen, aus denen dieses Gebäude mit Sicherheit bestehen wird. Ein Staat, der den Namen "Soziale Marktwirtschaft" beansprucht, deutet bereits durch diesen Namen die Grundtendenz seiner Wirtschaftspolitik und auch seiner Regionalpolitik an.

Die Ziele sollen sozial sein, dürfen aber die Wirkung des Marktmechanismus nicht irgendwie unterbinden und schließlich impliziert der Name auch gewisse Vorstellungen einer optimalen wirtschaftlichen Effizienz. Wenn wir diese drei Zielvorstellungen auf die Regionalpolitik und insbesondere auf das von uns gewählte Modell übertragen, so liegt folgende Konkretisierung nahe:

b) Die Wirksamkeit des Preismechanismus, der ja wesentlich für eine Marktwirtschaft ist, wird in allen unseren Modellen angenommen, indem wir vollständige Konkurrenz unterstellen. Allerdings zeigt sich hier ein gewisser Widerspruch; denn die Aufteilung in Regionen bedingt, daß man von dem Bestehen geographischer Entfernungen nicht mehr wie in den üblichen Modellen abstrahieren kann, wo man vom Bestehen eines vollständig transparenten Punktmarktes ausgeht.

Diese kostenverursachenden und daher konkurrenzmindernden Entfernungen können durch keine Wirtschaftspolitik ausgemerzt werden. Doch ist ja nicht diese Entfernung Hindernis für die Wirksamkeit des Preismechanismus, sondern es sind nur die dadurch hervorgerufenen ungleichen Transportkosten, sowie die unterschiedlichen Möglichkeiten eines Kontaktes zwischen Anbietern und Nachfragern. Das Ziel der Regionalpolitik wird also darin bestehen, die Auswirkung dieser Entfernung durch Verbesserung und Verbilligung der Transportverbindungen zu verringern und damit dem Preismechanismus mehr Wirksamkeit zu gehen. In unserem Modell tauchen nun nicht diese Kosten auf, sondern nur als Ergebnis dieser Kosten die Güterbezugsquoten der Regionen. Das Ziel wäre also, diese Bezugsquoten möglichst unabhängig von der Größe der Entfernung zu gestalten. Vollständig wird das wohl nie gelingen. Vor allem wird die Auswahl der jeweils zu fördernden Verbindungen Schwierigkeiten bereiten, da die Veränderung der Austauschraten wiederum Rückwirkungen auf das Wachstum hat.

c) Das Ziel einer optimalen wirtschaftlichen Effizienz könnte in der Regionalpolitik seinen Ausdruck finden in einem möglichst hohen Wachstum der Produktion in den Regionen und in der gesamten Volkswirtschaft bei einer bestmöglichen Arbeitsteilung zwischen den Regionen. In unserem Modell bedeutet das, daß die Wachstumsfaktoren in den einzelnen Regionen zwar nicht die als noch realistisch angenommene Obergrenze von $x = 1,2$ überschreiten, aber doch innerhalb dieses Bereiches möglichst hoch sein sollte. Darüberhinaus aber kann das Ziel der Regierung sein, eine bestimmte Relation der regionalen Einkommen, die im Augenblick besteht oder die sich nach einer Anpassungsperiode herausbilden würde, zu verändern.

d) Die oben genannten Zielsetzungen überschneiden sich mit den sozialen Anforderungen, die an die Ziele gestellt werden müssen. Denn hohes Wachstum der Produktion bedeutet bei der unterstellten Gleichheit von Einkommen und Produktion auch hohes Einkommenswachstum und das läßt auch einen bedingten Schluß auf das Individualeinkommen zu. Bedingt vor allem deshalb, weil hier noch die personelle Einkommensverteilung berücksichtigt werden muß, Da aber unser Modell weder über die personelle noch über die funktionelle Einkommensverteilung irgendwelche Schlüsse zuläßt, müssen wir uns mit den regionalen Durchschnittseinkommen als Maßstab für die Individualeinkommen in den einzelnen Regionen begnügen. Ziel dieser sozialen Regionalpolitik wird damit sein, die durchschnittlichen Einkommen der Regionen möglichst hoch und zwischen den Regionen gleich zu gestalten.

Im ersten Teil haben wir bereits festgestellt, daß die Bevölkerung einer Volks-

wirtschaft sich zwischen den Regionen meist so bewegt, daß das Individual- bzw. Regionaleinkommen in den einzelnen Regionen eine Tendenz zum Ausgleich erfährt. Es kann nun das Ziel einer Regierung sein, die durch die Unterschiede in den Einkommen hervorgerufene interregionale Wanderung zu erhalten, zu verstärken, abzuschwächen oder umzulenken, je nachdem welche Bevölkerungsverteilung für wünschenswert gehalten wird. Über die Beeinflussung der Regionaleinkommen erhält die Regierung also Gelegenheit, regulierend einzugreifen.

e) Wir können also folgende Ziele einer Regionalpolitik zusammenfassen, soweit sie sich in unserem Modell berücksichtigen lassen:

1. Beeinflussung der regionalen Austauschquoten,
2. möglichst hohes Wachstum der regionalen Einkommen,
3. Erreichung bestimmter Relationen zwischen den Kapazitäten und Einkommen der einzelnen Regionen,
4. möglichst hohes Wachstum der regionalen Durchschnittseinkommen,
5. interregionaler Ausgleich der Durchschnittseinkommen.

Es handelt sich also im wesentlichen nicht um konkrete Zielvorstellungen, sondern vielmehr um abstrakte Rahmenbedingungen, in die reale Ziele erst eingesetzt werden müssen.

3. Die Instrumente der Regionalpolitik

a) Die Instrumente der Regionalpolitik sind in der Realität kaum erschöpfend aufzuzählen. Eigentlich hat jede wirtschaftspolitische Maßnahme ihre Wirkung auf die geographische Struktur, mag es nun die Festsetzung des Getreidepreises, der Bau einer Autobahn oder die Veränderung des internationalen Wechselkurses sein. Wie wir bereits andeuteten, können wir in diesem Modell lediglich die Beschaffung und die Verteilung der Budgetmittel als wirtschaftspolitische Instrumente untersuchen. So wie die Bevölkerung und die wirtschaftliche Aktivität geographisch verteilt sind, kann man auch das Steueraufkommen regional fixieren und die Ausgaben in bestimmten Regionen steuern. Jedoch sind weder Steuern noch Staatsausgaben beliebig manipulierbar. Bei einer Steuer bestehen in der Regel Grundsätze, die die unterschiedliche Besteuerung schwierig gestalten. Es kann nicht einfach in Nordrhein-Westfalen eine Steuer von 30 %, in Bayern eine Steuer von 15 % erhoben werden. Jedoch auch wenn die Steuersätze und Steuergrundsätze in den Regionen gleich sind, ergibt sich aus der Tatsache, daß die Steuereinnahmen funktional oder mittelbar vom Einkommen der Region

abhängen, eine ausgleichende Wirkung. Die Steuern üben eine gewisse "built-in-stability"-Funktion aus, die nicht nur die zeitlichen Schwankungen des Einkommens, nicht nur die persönlichen Einkommensunterschiede, sondern auch die räumliche Einkommensstruktur bis zu einem gewissen Maß nivelliert.

Auch die staatlichen Ausgaben sind nur in begrenztem Ausmaß zu manipulieren. Große Teile sind seit Jahrzehnten für bestimmte Zwecke festgelegt. Diese großen relativ unbeweiglichen Ausgabenblöcke, wie Verteidigungsausgaben, Sozialausgaben oder Subventionen für die Landwirtschaft, sind in ihrer Verteilung nicht regional orientiert, haben aber doch indirekt manche regionalen Einkommensverschiebungen zur Folge. So werden durch die Unterstützung des Grünen Planes Gebiete mit weniger Landwirtschaft relativ benachteiligt, Gebiete mit großem Anteil der Landwirtschaft dagegen bevorzugt. Bei der heutigen Sachlage bedeutet das eine Unterstützung der ärmeren Regionen auf Kosten der reicheren und damit einen gewissen Einkommensausgleich. Andere Ausgaben, z.B. solche für den Bau von Straßen, bevorzugen meist reichere Regionen.

b) Mit solchen traditionell festgelegten Ausgabegrößen oder aber mit ganz allgemeinen Steuern läßt sich nur in sehr geringem Umfang Regionalpolitik betreiben. Daneben gibt es aber gewisse Ausgaben und Einnahmen, die sich regional differenzieren lassen und die auch in ihrer Höhe den jeweiligen Erfordernissen angepaßt werden können. Wir wollen für unser Modell von der Annahme ausgehen, daß es nur solche manipulierbare Größen gibt, daß dem Staat also das gesamte Register der Fiskalpolitik für regionale Zwecke zur Verfügung steht. Dies erleichtert die folgende Analyse, verhindert aber nicht nachträgliche Einschränkungen der Regionalpolitik.

Welche Instrumente kann der Staat in unserem Modell nun einsetzen und wie lassen sie sich in unser Schema am besten einbauen?

c) Da sind zunächst die Steuereinnahmen zu nennen. Sie können entweder in allen Regionen zu einem einheitlichen Steuersatz erhoben oder aber nach Regionen differenziert werden. Als Steuerart unterstellen wir eine proportionale Steuer. Diese läßt sich in das Modell am leichtesten einbauen, entspricht aber auch der tatsächlichen steuerlichen Belastung am ehesten. Denn faßt man alle Steuern zusammen, so ergibt sich nach der Untersuchung einiger Wissenschaftler, daß die Steuerlast dem jeweiligen Einkommen nahezu proportional ist[1]. Es ist wohl nicht abwegig, diese proportionale Steuerlast auch auf das gesamte Einkommen einer Region zu übertragen.

1) so Zeitel, Gerhard: Die Steuerlastverteilung in der Bundesrepublik Deutschland, Tübingen 1959, Tabellen 32 a) u. b)

Wie läßt sich nun aber eine Differenzierung des Steuersatzes zwischen den Regionen interpretieren? Wenn die Steuergesetzgebung keine solchen regionalen Unterschiede zuläßt, so erlaubt sie diese doch in der Behandlung bestimmter Bevölkerungsgruppen. Zahlen etwa Landwirte weniger Steuern als andere Berufsgruppen, so ist die Steuerlast in einer agrarischen Region niedriger als in einer industrialisierten.

d) In der Praxis bieten sich die Staatsausgaben als weit flexibleres Instrument der Regionalpolitik an. Im Gegensatz zu den Steuern wollen wir die Ausgaben stets als autonom veränderlich betrachten, wenn nicht durch das Ziel des Budgetausgleichs bestimmte Einschränkungen gegeben sind. Der Staat hat nun die Möglichkeit, die Ausgaben in allen Regionen zu verändern oder in einzelnen Regionen getrennt vorzugehen. Diese differenzierte Politik ist auch in der Praxis bei den Ausgaben einfacher als bei den Steuern.

Sodann kann der Staat die Verwendung der Steuern beeinflussen. In unseren beiden Varianten des Harrod-Domar-Modells haben wir einmal einkommensbildende, später kapazitätsbildende autonome Ausgaben verwendet. Diese Unterscheidung läßt sich leicht auf die Wirklichkeit übertragen. Einkommenvermehrend sind etwa Sozialausgaben, in der Regel auch Verteidigungsausgaben. Die kapazitätsbildenden Ausgaben, etwa Bau von Straßen, von Schulen, zum Teil auch der Kauf von Gütern, erhöhen zwar die Kapazität einer Region oder Volkswirtschaft, vermehren aber auch das entsprechende Einkommen. Die Manipulierung des Anteils der kapazitätsbildenden Ausgaben an den Gesamtausgaben ist somit ein weiteres Instrument der Regierung.

Schließlich bringt insbesondere der Einsatz der Staatsausgaben für den Straßenbau, für die Errichtung neuer Verkehrswege neben Einkommens- und Kapazitätseffekt auch eine Verbesserung der Handelsbedingungen und damit wahrscheinlich eine Erhöhung der Ausgabequoten in dem geförderten Bereich. Die Veränderung der Ausgabequoten ist also nicht nur ein Ziel, sondern auch ein Instrument der Regionalpolitik.

e) Besondere Wirkungen auf die Entwicklung der regionalen Einkommen ergeben sich, wenn die Relation zwischen Staatseinnahmen und Staatsausgaben verändert werden. Der Staat kann für jede einzelne Region den Budgetausgleich anstreben, er kann in den Regionen unterschiedliche Defizite oder Überschüsse sich bilden lassen, er kann aber auch einen Ausgleich für die gesamte Volkswirtschaft bei gleichzeitigem Überschuß und Defizit in verschiedenen Regionen als Maßnahmen einsetzen.

f) Zusammenfassend lassen sich also folgende wirtschaftspolitischen Instrumente in unserem Modell verwenden:

1. Erhöhung oder Senkung des Steueranteils am Einkommen in einzelnen Regionen oder insgesamt,
2. Erhöhung oder Senkung der Staatsausgaben,
3. Veränderung des Anteils kapazitätseffektiver Ausgaben,
4. Veränderung der Austauschraten,
5. Einhaltung des regionalen Budgetausgleichs,
6. Einhaltung eines gesamtwirtschaftlichen Budgetausgleichs,
7. Verwendung regionaler Defizite oder Überschüsse des Staatshaushalts.

II. DIE WIRKSAMKEIT EINZELNER MASSNAHMEN IM WACHSTUMSMODELL

1. Allgemeines

Die Verbindung eines Wachstumsmodells für mehrere Regionen mit der Möglichkeit staatlicher Einflußnahme war bisher kaum Gegenstand theoretischer Untersuchungen. Zu nennen wäre lediglich ein Aufsatz von Paul E. Smith[2], in dem versucht wird, mit Hilfe von Markoffschen Ketten eine interdependente regionale Entwicklung darzustellen und dabei einige Ansatzpunkte für regionale Entwicklungspolitik zu finden. Allerdings untersucht Smith dabei absichtlich nur einige grundlegende Probleme, die sich speziell aus der Anwendung der Markoffschen Ketten ergeben. Vor allem kann er nicht den Tatbestand stetigen Wachstums, sondern nur die beiden Alternativen darstellen:

1. Die Markoffsche Kette führt schließlich zu einem Gleichgewichtszustand,
2. die Markoffsche Kette bewirkt ein stetiges Pendeln zwischen zwei Zuständen[2].

Berücksichtigt man diese Einschränkungen, so sind die Ergebnisse, zu denen Smith kommt, durchaus mit unseren zu vergleichen. Im wesentlichen sind es folgende zwei Feststellungen:

---

1) Paul E. Smith, Markov Chains, Exchange Matrices, and Regional Development, Journal of Regional Science, Bd. 3, 1961, S. 27 - 36

2) Paul E. Smith, a.a.O., S. 31

1. "... the income of a region or regions within such a bloc can be raised relative to the incomes of other regions within the bloc only by continuous injections, hence necessitating either a continuous flow of payments into the depressed region or capital outlays designed to enlarge the region's income base"
und
2. "Buy-at-home campagns and import duties ... can change the components of a trade matrix in a manner favorable to the depressed region"[1].

Die von Smith gewonnenen Erkenntnisse sind jedoch nur auf das rein statistische Modell der Markoffschen Ketten zugeschnitten und können keine Gültigkeit für evolutorische Prozesse beanspruchen.

2. Die einkommenvermehrenden staatlichen Ausgaben

a) Im ersten Modell des zweiten Teiles, also in der Allenschen Auslegung der Harrod-Domarschen Wachstumsmodelle wirkten die autonomen Ausgaben einkommensvermehrend. Allerdings bestimmten wir dort die Zuwachsfaktoren als homogene Lösung und berücksichtigten damit weder die Einkommen im Zeitpunkt 0 noch die autonomen Ausgaben. Daraus kann man bereits unmittelbar schließen, daß staatliche Ausgaben keinerlei Einfluß auf die Größe dieser Wachstumsfaktoren haben.

Nun sind für die Größe der regionalen Einkommen aber nicht nur die Wachstumsfaktoren, sondern auch die Koeffizienten dieser Faktoren, die wir kurz das Niveau[2] des Wachstums nennen wollen, und die konstanten Glieder wichtig. Diese aber werden durch die autonomen Ausgaben beeinflußt.

Bereits im Anschluß an die Bestimmung der Expansionsgleichung stellten wir fest, daß alle Summanden dieser Gleichung, die eine Wurzel absolut kleiner als 1 enthalten, schon nach wenigen Perioden gleich 0 seien und daß auch die anderen Summanden, deren Wurzeln unter der dominierenden liegen, mit steigendem t immer unbedeutender werden. Das gleiche gilt für das konstante Glied. Gehen wir von dieser Annahme aus, so kann in der Regel schon nach wenigen Perioden das gesamte regionale Einkommen durch den ersten Summanden, der die dominierende Wurzel enthält, vertreten werden.

---

1) Paul E. Smith, a.a.O., S. 35

2) Der Ausdruck Niveau ist im Anhang erläutert

In unserem durchgerechneten Beispiel[1] besteht zwischen diesem Summanden und dem tatsächlichen Einkommen nach 20 Perioden ein Unterschied von 25 % bzw. 30,5 %, nach 50 Perioden von 1,9 % bzw. 2,6 % in den beiden Regionen. Aber selbst wenn diese Differenz noch zu groß erscheint, wird man doch zugestehen können, daß der dominierende Summand die Entwicklung des Einkommens zumindest langfristig widerspiegelt und die Abweichungen eindeutig bestimmbar sind. Wir wollen im folgenden die Regionaleinkommen durch den entsprechenden dominierenden Summanden ersetzen, immer aber im Auge behalten, daß es sich um Näherungslösungen handelt.

b) Bleiben wir zunächst bei dem durchgerechneten Zahlenbeispiel, so können wir die Größe des Einkommens in beiden Regionen in folgender Abhängigkeit von den autonomen Ausgaben beschreiben.

$$Y_{1t} = 0,18\cdot(357,18 - 14,28\cdot A_1 - 14,28\cdot A_2)\cdot(1,1)^t$$

(151)

$$Y_{2t} = 0,34\cdot(357,18 - 14,28\cdot A_1 - 14,28\cdot A_2)\cdot(1,1)^t$$

Die beiden Einkommen nähern sich also dem oben angegebenen Wert, wobei die Größe in der Klammer nichts anderes als die Größe V_1 der Gleichung ist. Es läßt sich klar erkennen, daß eine Erhöhung von A_1 oder A_2 die Größe V_1 und damit das Niveau des Einkommenswachstums senkt, während eine Verringerung der autonomen Ausgaben dieses Wachstumsniveau erhöht.

Gleichung (151) zeigt auch, daß jede Ausgabenänderung, gleichviel in welcher Region sie erfolgt, das Einkommensniveau beider Regionen beeinflußt, da ja lediglich die Variable V_1 verändert wird. Damit wird auch die Relation zwischen den einzelnen regionalen Einkommen durch die Staatsausgaben unbeeinflußbar, d.h. durch die unveränderte adjungierte Transitionsmatrix gegeben sein.

c) Aus der Tatsache, daß in der obigen Bestimmungsgleichung A_1 und A_2 die gleichen Koeffizienten aufweisen, darf man noch nicht schließen, daß die staatlichen autonomen Ausgaben völlig gleich wirken, ob sie nun in der Region 1 oder Region 2 getätigt werden. Die Gleichheit der Koeffizienten ergibt sich in unserem Beispiel zufällig aus der gewählten Größe der Austauschparameter.

Es läßt sich nachweisen, daß die Wirkung der einkommenbildenden Ausgaben in einem eindeutigen Zusammenhang zu den Konsumquoten der Regionen steht. Je höher c_{11} und c_{21} sind, je größer also die Neigung der Bewohner in Region 1

1) Vgl. Tab. 1

Konsumgüter aus der gleichen Region oder anderen Regionen zu verbrauchen, umso stärker werden die staatlichen Ausgaben in dieser Region das allgemeine Wachstumsniveau beschneiden. Genauso hängt die Wirkung der Ausgaben in der zweiten Region in erster Linie von der Konsumneigung in dieser Region ab.

Soll das Niveau des Gesamtwachstums möglichst wenig beschnitten werden, sind aber doch einkommenbildende Ausgaben notwendig, so ist es zweckmäßig, diese Ausgaben in Regionen mit relativ niedrigem Verbrauchsanteil durchzuführen. Allerdings wird man sinnvollerweise die einkommenbildenden Ausgaben im Rahmen einer expansiven Politik ohnehin möglichst niedrig halten.

Umgekehrt lassen sich die einkommenbildenden Ausgaben zur Dämpfung der Einkommensentwicklung wesentlich besser einsetzen. Sie haben den maximalen Dämpfungseffekt, wenn sie in der Region mit der höchsten Konsumquote getätigt werden. Meist wird allerdings der Handlungsspielraum wesentlich enger begrenzt sein.

d) Aus der Gleichung lassen sich weitere Schlüsse ziehen. Setzen wir etwa für A_1 und A_2 je 15 ein, so werden V_1 und damit auch die beiden Regionaleinkommen negativ. Negative Einkommen hatten wir bereits im Anschluß an Brems als logisch nicht möglich ausgeschaltet. Das bedeutet nichts anderes, als daß die einkommenvermehrenden Ausgaben eine bestimmte Grenze nicht überschreiten dürfen. Diese Grenze ist in unserem Beispiel

(152) $$A_1 + A_2 \leq 25$$

oder allgemeiner

(153) $$10\,A_1 + 10\,A_2 \geq 2\,Y_{10} + Y_{20}$$

Die autonomen Ausgaben dürfen also nicht über einen Wert hinausgehen, der durch die Anfangseinkommen gegeben ist. Allerdings wird diese Begrenzung weniger bedeutsam, wenn wir auch noch kapazitätsbildende Ausgaben und Steuern einführen.

e) Zusammenfassend läßt sich - auch für eine größere Anzahl von Regionen - sagen, daß dieErhöhung einer oder mehrerer einkommenseffektiver Ausgaben bis zu einer bestimmten Grenze

1. den gleichgewichtigen Wachstumsfaktor nicht beeinflußt,
2. die Relation zwischen den Regionaleinkommen ebenfalls nicht berührt und
3. das Wachstumsniveau für alle Regionen im gleichen Ausmaß senkt.

3. Die kapazitätsbildenden staatlichen Ausgaben

a) Die autonomen Ausgaben im zweiten Modell wurden im Gegensatz zu den einkommensvermehrenden in dem ersten Modell als kapazitätsbildend bezeichnet. In beiden Modellen ergaben sich die gleichen Wachstumsfaktoren. Doch verursachten die kapazitätsbildenden Ausgaben einen viel höheren Wachstumspfad. Es fällt nicht schwer, daraus zu schließen, daß eine Veränderung der Höhe dieser Ausgaben zwar den Wachstumsfaktor unberührt läßt, die Variable V_1 dagegen völlig anders beeinflußt als eine Änderung der einkommensvermehrenden Ausgaben. Wir wollen auch hier den ersten Summanden der Expansionsgleichung als stellvertretend für das jeweilige Regionaleinkommen ansehen. Dann ergibt sich das Einkommen als folgende Funktion der kapazitätsbildenden Ausgaben:

(154)
$$P_{1t} = 0,18(357,18 + 14,28\, A_1^P + 14,28\, A_2^P)\cdot(1,1)^t$$
$$P_{2t} = 0,34(357,18 + 14,28\, A_1^P + 14,28\, A_2^P)\cdot(1,1)^t$$

Gleichung (151) für die Wirkung der einkommensvermehrenden und Gleichung (154) für die Wirkung der kapazitätsbildenden Staatsausgaben sind nahezu identisch; nur das Vorzeichen der beiden Ausgabegrößen ist unterschiedlich. Während eine Erhöhung der ersteren V_1 und damit das Regionaleinkommen schmälern, werden die beiden Größen durch höhere kapazitätsbildende Ausgaben gesteigert und zwar in genau gleichem Ausmaß. Da aber nur V_1 verändert wird, bleibt die ursprüngliche Relation zwischen den beiden Einkommen erhalten. Dies hat seinen Hauptgrund darin, daß wir immer nur die dominierende Wurzel in Betracht ziehen und damit immer nur Gleichgewichtszustände vergleichen.

b) Bei der einleitenden Zusammenfassung der regional-politischen Instrumente stellten wir fest, daß einkommenswirksame und kapazitätsbildende Ausgaben nicht zwei gleichberechtigt nebeneinander stehende Arten von Staatsausgaben sind, sondern daß auch die letzteren in der Regel das Volkseinkommen erhöhen. Legen wir diese Regel zugrunde, so können wir sagen: Alle Staatsausgaben vermehren das Volkseinkommen, ein Teil von ihnen erweitert darüber hinaus noch die Kapazität der Volkswirtschaft. Wir wollen versuchen, beide Ausgabearten in einer Gleichung zusammenzufassen. Wir gehen von den beiden folgenden Gleichungen aus, deren Bedeutung schon im Teil II besprochen wurde:

(155)
$$\vec{Y}_t = \overrightarrow{\overrightarrow{c}}\cdot\vec{Y}_t + \overrightarrow{\overrightarrow{i}}\cdot\vec{I}_t + \vec{A}_t$$

als Bestimmungsgleichung der regionalen Einkommen und

(156) $$\vec{P}_{t+1} = \vec{P}_t + \vec{\vec{\sigma}} \cdot \vec{I}_t + \vec{\vec{\sigma}} \cdot \vec{A}^P_t$$

als Bestimmungsgleichung für die Produktion in den einzelnen Regionen. $\vec{P}_t$, $\vec{Y}_t$, $\vec{I}_t$, $\vec{A}_t$, $\vec{A}^P_t$ stellen Spaltenvektoren, $\vec{\vec{\sigma}}$ eine Diagonalmatrix und $\vec{\vec{c}}$ und $\vec{\vec{i}}$ quadratische Übergangsmatrizen dar.

Wir können die Investion $\vec{I}_t$ aus den beiden Gleichungen eliminieren und erhalten folgende neue Gleichung:

(157) $$\vec{Y}_t = \vec{\vec{c}} \cdot \vec{Y}_t + \vec{\vec{i}} \cdot \vec{\vec{\sigma}}^{-1} \cdot (\vec{P}_{t+1} - \vec{P}_t) - \vec{\vec{i}} \cdot \vec{A}^P_t + \vec{A}_t \quad .$$

Ersetzen wir $\vec{A}^P_t$ durch $\vec{\vec{p}} \cdot \vec{A}_t$ [1], und lassen entsprechend der Domarschen Gleichgewichtsbedingung $\vec{Y}$ zu $\vec{P}$ werden, so verändert sich obige Gleichung in

(158) $$\vec{Y}_t = \vec{\vec{c}} \cdot \vec{Y}_t + \vec{\vec{i}} \cdot (\lambda \cdot \vec{\vec{1}} - \vec{\vec{1}}) \cdot \vec{\vec{\sigma}}^{-1} \cdot \vec{Y}_t + (\vec{\vec{1}} - \vec{\vec{i}} \cdot \vec{\vec{p}}) \cdot \vec{A}_t$$

Damit haben wir die beiden Ausgabearten in einem einzigen Gleichungssystem kombiniert.

c) Wir können nun auch untersuchen, welche Wirkung eine Änderung der Ausgabenstruktur, d.h. eine Erhöhung oder Senkung von p hat. Natürlich werden auch durch diese Änderung die Wachstumsfaktoren und die Gleichgewichtsrelation zwischen den regionalen Einkommen unberührt gelassen, da sich in der Transitionsmatrix nichts ändert. Dagegen wird das Niveau der Einkommensexpansion also V_1 durch eine Änderung von p beeinflußt. Gehen wir wieder von unserem Zahlenbeispiel aus, so können wir das periodische Einkommen unter Vernachlässigung der dominierten Wachstumsraten folgendermaßen darstellen:

(159)
$$Y_{1t} = 0,18\left[357,18 - 14,28\, A_{1t}(1-p_1) - 14,28\, A_{2t}(1-p_2)\right](1,1)^t$$
$$Y_{2t} = 0,34\left[357,18 - 14,28\, A_{1t}(1-p_1) - 14,28\, A_{2t}(1-p_2)\right](1,1)^t$$

In der Tat wirkt eine Erhöhung des Anteils der kapazitätbildenden Staatsausgaben genau entgegengesetzt der Ausdehnung der einkommenvermehrenden Ausgaben;

---

1) vgl. Richard A. Musgrave, The Theory of Public Finance, New York - Toronto - London, 1959, S.484:
"The coefficient γ is the fraction of government expenditures G that goes into capacity-increasing investment." Unser $\vec{\vec{p}}$ entspricht genau diesem Koeffizienten.

die ersteren heben die Wirkung der letzteren auf.

Solange p in einer Region 1 ist, solange also die Staatsausgaben in dieser Region nur produktiv eingesetzt werden, üben sie keinen dämpfenden Effekt auf das Niveau des Einkommenswachstums aus. Bei p = 0 in einer der Regionen haben die Staatsausgaben dagegen ihren maximalen Dämpfungseffekt. Zwischen diesen beiden extremen Werten wird das tatsächliche p liegen.

4. Wirkung einer einkommenvermindernden Steuer

a) Aus der Wirkung einer einkommenbildenden autonomen Ausgabenänderung können wir sofort auch auf die einer einkommenmindernden Steuer schließen, indem wir die Steuer als negative Staatsausgabe betrachten. Eine Erhöhung der Steuer würde somit das Einkommen in unserem Modell für eine bestimmte Periode steigern, eine Steuersenkung umgekehrt vermindern. Allerdings gälte diese Umkehrung im strengen Sinn nur für eine autonom festgesetzte Steuer, etwa die Kopfsteuer.

Wie wir bereits andeuteten, wollen wir für unser Modell eine einfache linearproportionale Steuer unterstellen, die sich für eine Region etwa folgendermaßen bestimmen läßt:

(160) $$T_{it} = s_i \cdot Y_{it}$$

wobei das s_i den proportionalen Steuersatz darstellt.[1)]

b) Führen wir diese proportionale Steuer in die Gleichung ein, so haben wir folgende modifizierte Gleichung:

(161) $$\vec{Y}_t = \overrightarrow{\overrightarrow{c}} \cdot (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{s}}) \cdot \vec{Y}_t + \overrightarrow{\overrightarrow{i}} \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{\sigma}}^{-1} \cdot (\vec{P}_{t+1} - \vec{P}_t) + \vec{A}_t \quad .$$

$\overrightarrow{\overrightarrow{s}}$ ist in obiger Gleichung eine Diagonalmatrix der regionalen Steuersätze.

Durch Einsetzen von Domars Gleichgewichtsbedingung und Einfügung des Operators kommen wir zu folgender, reduzierten Matrix-Gleichung:

(162) $$[\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{c}} \cdot (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{s}}) - \overrightarrow{\overrightarrow{i}} \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{\sigma}}^{-1} \cdot (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} \cdot \lambda - \overrightarrow{\overrightarrow{1}})] \cdot \vec{Y}_t = 0$$

---

1) Auch hier folgen wir Richard A. Musgrave, a.a.O., S. 475 ff. Allerdings wollen wir auf den von ihm verwandten lag von einer Periode verzichten.

Da die Steuer auch in dieser reduzierten Gleichung vorkommt, wird sie nicht nur - wie die Ausgaben - das Niveau der Einkommensentwicklung, sondern auch den Wachstumsfaktor selbst verändern.

c) Wie ändern sich die Wachstumsraten der Regionen, wenn der Steuersatz angehoben oder gesenkt wird? Um konkrete Aussagen zu erreichen, sind wir wieder von dem gewählten Zahlenbeispiel ausgegangen und haben die Steuersätze zweier Regionen zwischen 0,0 und 0,5 variiert. Hier wollen wir nur die ermittelten Auswirkungen einer solchen Steueränderung beschreiben:

Wird der Steuersatz einer zum Einkommen proportionalen Steuer nur in der Region 1 angehoben, so steigt die dominierende (Gleichgewichts-) Wachstumsrate an. Das gilt für beide Regionen, da nach wie vor die größte Wurzel sich als Wachstumsfaktor für alle miteinander Handel treibenden Regionen durchsetzt.

Genau denselben Effekt hat eine Steuererhöhung in der zweiten bzw. einer anderen Region. Steuererhöhungen in mehreren Regionen verstärken diesen expandierenden Effekt noch. Da umgekehrt eine Senkung des Steuersatzes in einer oder mehreren Regionen die Wachstumsrate reduziert, ist die Möglichkeit gegeben, durch abgewogene, sich kompensierende Steuererhöhungen und Senkungen in verschiedenen Regionen irgendwelche Effekte zu erreichen und das Wachstum des Gesamteinkommens doch unverändert zu lassen.

Allerdings darf man nicht die Wirkung der Steueränderung in einer Region der Wirkung einer gleichhohen Steueränderung in einer anderen Region gleichsetzen. In dem im Anhang erläuterten Zahlenbeispiel ergibt sich bei Steuersätzen von 20 % in Region 1 und 0 % in Region 2 der gleiche Wachstumsfaktor, nämlich $x = 1,14$ wie bei den Steuersätzen von 0 % in Region 1 und 10 % in Region 2. Vergleichsweise dazu ist der Wachstumsfaktor bei jeweils 0 % Steuer 1,1. Diese stärkere Steuersensibilität der Region 2 ist abhängig von den jeweiligen internen und externen Ausgabeneigungen.

d) Die Steigerung des dominierenden Wachstumsfaktors zieht ihrerseits wieder andere Veränderungen nach sich. Vor allem wird auch das Niveau des Einkommenswachstums beeinflußt. Bei Erhöhung des Steuersatzes in der Region 1 sinkt das Niveau des Einkommenswachstums in Region 1, dagegen wächst es für Region 2. In ähnlicher Weise bewirkt eine höhere Steuer in der Region 2, daß das Wachstumsniveau in der gleichen Region abnimmt, in der anderen Region steigt. Allgemeiner ausgedrückt: Eine Steuersatzerhöhung senkt das Niveau des Einkommenswachstums für die von dieser höheren Steuer betroffenen Region und hebt das der nicht betroffenen Region. Da die Zunahme des Wachstumsfaktors bei-

den Regionen zugute kommt, kann man folgendes feststellen: Eine Steigerung des Steuersatzes in einer Region bewirkt eine sofortige Einkommensverbesserung in der Region mit gleichbleibender Steuer und eine erst viel später erfolgende der steuererhöhenden Region.

Wichtiger ist jedoch, daß mit Hilfe des Steuersatzes auch die Relation der Einkommen verändert werden kann. Wir wollen diesen Zusammenhang in einer Tabelle aufzeigen.

Tab. 4 Beziehungen zwischen der Einkommensverteilung auf die Regionen und den regionalen Steuersätzen

s_1 \ s_2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0	1,889	1,566	1,350	1,207	1,065	1,000
0,1	1,985	1,660	1,436	1,273	1,150	1,055
0,2	2,075	1,720	1,480	1,336	1,219	1,116
0,3	2,160	1,791	1,552	1,402	1,272	1,162
0,4	2,220	1,850	1,613	1,450	1,315	1,215
0,5	2,280	1,915	1,650	1,503	1,367	1,256

Die Zahlen in der Tabelle geben das Verhältnis der Einkommen $Y_{2t} : Y_{1t}$ bei möglichst großem t wieder, also die Relation in der Situation, die wir als Gleichgewichtszustand bezeichneten. Erhöht sich bei konstantem Steuersatz in der Region 1 (s_1 = konst.) die Steuer in der Region 2 (s_2), so wird die Relation kleiner, das Einkommen in der Region 2 nimmt relativ zu dem in Region 1 ab. Eine Erhöhung von s_1 bei konstantem s_2 bewirkt dementsprechend eine Vergrößerung der Einkommensrelation. Das bedeutet also, daß die Einkommensrelation sich jeweils zu Ungunsten der Region verschiebt, in der die Steuererhöhung vorgenommen wurde. Oder anders ausgedrückt: Eine Steuererhöhung in einer Region bewirkt zwar ceteris paribus für beide Regionen ein höheres Wachstum, begünstigt aber relativ die nicht steuererhöhende Region. Allerdings ist das Maß der relativen Verbesserung oder Verschlechterung auch hier nicht proportional der Steueränderung. Wie wir aus der Tabelle ersehen, verschiebt sich das Verhältnis der Einkommen auch dann, wenn beide Regionen den Steuersatz etwa von 0,1 auf 0,2 erhöhen, zu Gunsten von Region 1.

Man könnte je nach Austauschparametern unterschiedliche, bezüglich der Einkommensrelation indifferente Steuersituationen bestimmen. Bestünde etwa ein Grundsatz der Regierung, daß die Einkommensrelation der beiden Regionen kon-

stant bleiben muß, wäre aber doch eine Steuererhöhung aus anderen Gründen notwendig, so müßte einer Steigerung für s_2 von 0,1 auf 0,2 eine Erhöhung für s_1 von 0 auf 0,3 oder von 0,1 auf 0,5 entsprechen. Allerdings würden sich nach der Steueränderung zunächst Abweichungen ergeben, die sich erst nach einer gewissen Zeit ausgleichen würden.

e) Wir erhielten obige Informationen, indem wir von unserem numerischen Beispiel ausgingen. Die Austauschparameter haben eine bestimmte Größe und beschreiben deshalb nur eine ganz bestimmte Situation. Auch die ermittelten Funktionalbeziehungen gelten nur für diesen einen Zustand. Man kann deshalb die Beziehungen nicht ohne weiteres verallgemeinern. Allerdings hätte eine solche Verallgemeinerung zunächst auch keinen Sinn. Das Instrument der Steuer kann vom Staat nicht allein eingesetzt werden. Jede Steuerveränderung zieht eine Veränderung der Staatsausgaben nach sich, welche ihrerseits die Größe von Konsum und Investition beeinflussen kann.

Erst wenn wir Einnahmen und Ausgaben gemeinsam betrachten, wollen wir ganz allgemein auf die Effizienz der regionalpolitischen Maßnahmen schließen. Wir können die Wirkung einer Steuersatzveränderung für unser Modell zusammenfassen:

Eine Erhöhung des Steuersatzes wird

1. den dominierenden Wachstumsfaktor erhöhen,
2. den Wachstumspfad der Einkommen verändern,
3. die Relation der Einkommen meist zugunsten der Region ändern, die den Steuersatz nicht erhöht.

5. Begründung für die Wirksamkeit der fiskalischen Instrumente

Nicht alle Wirkungen der bisher untersuchten fiskalischen Maßnahmen scheinen vollkommen mit den alltäglichen Beobachtungen vereinbar. Daß eine Erhöhung der kapazitätbildenden Ausgaben das Volkseinkommen in der Region auf die Dauer erhöht, kann man durchaus einsehen. Die durch die Staatsausgaben vermehrten Investitionen vergrößern die Kapazität über das normale Maß und bewirken damit eine stärkere Steigerung der Produktion in den späteren Perioden. Dagegen ist nicht ohne weiteres klar, warum die Erhöhung der nur einkommenvermehrenden Ausgaben das Wachstum des Volkseinkommens mindern und eine Stei-

gerung der Steuern dieses Wachsen beschleunigen sollten.

Wir können zur Erklärung dieses Tatbestandes auf Feststellungen Musgraves in dem Kapitel "Fiscal Dynamics and Growth"[1] hinweisen. Er kommt dort zu ähnlichen Schlüssen für die Wirksamkeit fiskalischer Maßnahmen auf das Volkseinkommen[2].

Eine Erhöhung des Steuersatzes bedeutet nach Musgrave, daß "less resources are devoted to consumption, and more can be placed into private investment"[3], wodurch die Wachstumsrate des Einkommens gesteigert würde. Umgekehrt erfolgt bei einer Zunahme der staatlichen Ausgaben eine niedrigere Einkommensexpansion, da "resources being transfered from private investment to public uses that include consumption"[3]. Schließlich zeigt sich bei Musgrave auch deutlich, daß staatliche Investitionsausgaben genau entgegengesetzt den einkommensbildenden Ausgaben wirken, da dann, wenn alle Ausgaben kapazitätseffektiv sind, "demand is not affected, nor is total capacity creation, the only change being in the division of investment expenditures between the public and private sectors"[3] und die Einkommensentwicklung daher nicht berührt wird.

Im Grunde lassen sich die beschriebenen Effekte auf die Eigenart des Wachstumsmodells zurückführen, daß nämlich ein beständiges Gleichgewicht zwischen I und S unterstellt wird. Die Produktion von Konsumgütern folgt schattengleich der entsprechenden Nachfrage und läßt als Residuum des Sozialproduktes die produzierten Investitionsgüter, die allein auf die Dauer ein Wachsen des Einkommens bewirken können.

Erhöht sich nun etwa die Steuer, so wird davon das Einkommen der gleichen Periode verringert. Im Verhältnis der Konsumrate verzichten die Einkommensbezieher deswegen auf Konsum. Da aber bereits eine bestimmte Menge von Gütern produziert wurde, verbleibt eine übernormale Menge von Gütern für Investitionszwecke übrig. In der Realität wird diese Investition zum großen Teil in unproduktiven Lagerbestandveränderungen zum Ausdruck kommen. Im einfachen Wachstumsmodell fehlt die Unterscheidung zwischen Lager- und Produktionsinvestitionen; die größer gewordenen Investitionen erhöhen somit als Ganzes und sofort die Produktionskapazität und schaffen damit die Voraussetzungen für ein höheres Einkommenswachstum.

---

1) Richard A. Musgrave, a.a.O., S. 485 f.
2) Richard A. Musgrave stellt die Staatsausgaben ebenso als Abhängige des Volkseinkommens dar wie die Steuern und kommt darum auch zu dem Ergebnis, daß eine Ausgabenveränderung die Wachstumsrate beeinflußt.
3) Richard A. Musgrave, a.a.O., S. 486

Umgekehrt verstärken erhöhte Staatsausgaben die Konsumfreudigkeit und vermindern damit die wachstumtragenden Investitionen, soweit die Ausgaben nicht unmittelbar für Investitionen bereitgestellt werden.

Damit haben wir die Vereinbarkeit unserer Ergebnisse wenn nicht mit der Realität, so doch mit unserem einmal gewählten Modell wiederhergestellt.

6. Änderung der Austauschraten

a) Außer den fiskalischen Maßnahmen, die wir bisher aufzählten, hat der Staat noch die Möglichkeit, die Austauschparameter der Regionen zu verändern. Die Konsumneigung des einzelnen Verbrauchers, ebenso wie die Investitionsneigung des einzelnen Unternehmers sind für den Staat allerdings nur von begrenztem Interesse. Zumal in den westlichen Ländern wird man kaum in den Entscheidungsbereich des Individuums eingreifen.

Dagegen lassen sich überindividuelle Einflußnahmen durchaus vertreten. "Buy-at-home campaigns and import duties, where possible and in the abscence of retaliation, can change the components of trade matrix ..."[1]. Wichtiger noch als diese Maßnahmen erscheinen mir Veränderungen des Verkehrsnetzes. Wir wollen kurz auf die besonderen Wirkungen eingehen, die der Staat mit verkehrspolitischen Mitteln erreichen kann.

b) Der Güteraustausch innerhalb und zwischen den Regionen ist auf die bestehenden Verkehrsverbindungen angewiesen. Je besser und billiger Straßen-, Bahn- und Schiffsverbindungen zwischen zwei Punkten einer Volkswirtschaft sind, umso mehr Güter werden ceteris paribus zwischen diesen Punkten in der Regel ausgetauscht werden. Im ersten Teil ergab sich im Modell, daß bei Unterstellung einer homogenen Landschaft die Austauschparameter umgekehrt proportional den Entfernungen zwischen den entsprechenden Regionen sein müßten, wobei die tatsächlichen Strecken durch eine Reihe zusätzlicher Faktoren, die die Transportkosten beeinflussen - wie etwa Tarif und Geschwindigkeit des Verkehrsträgers - modifiziert werden können.

Die Verkehrswege sind nun weitgehend in der Hand des Staates; er kann sie verbessern oder vernachlässigen. Mit Hilfe seiner Verkehrspolitik besitzt er damit die Möglichkeit, einen erheblichen Einfluß auf den Güteraustausch und damit auf die Handelsraten der einzelnen Regionen auszuüben.

---

1) Paul E. Smith, a.a.O., S. 36

Wird etwa die Eisenbahnverbindung zwischen den Regionen 1 und 2 entscheidend verbilligt, so wirkt sich das dahin aus, daß (unter Berücksichtigung der entsprechenden Angebots- und Nachfrageelastizitäten) die cif.-Preise der Güter aus 1 in 2 und der Güter aus 2 in 1 sinken werden. Die Preisveränderungen bewirken Verbrauchsänderungen, die sich in neuen Ausgabequoten niederschlagen. Region 1 wird wahrscheinlich mehr Güter aus Region 2 importieren (m_{21} und i_{21} steigen), Region 2 umgekehrt mehr aus Region 1 einführen (m_{12} und i_{12} steigen). Diese Veränderungen können ihrerseits wieder die Importneigungen für Güter aus anderen Regionen oder die Verwendung eigener Güter einschränken oder aber bei Konsumgütern die gesamte Verbrauchsneigung auf Kosten der Sparneigung vergrößern[1]. Es wird jedenfalls eine mehr oder weniger bedeutsame Strukturwandlung des Güterhandels eintreten und damit wohl auch die Entwicklung der Einkommen beeinflußt werden.

c) Die Wirkung einer Verbesserung der Verkehrsverhältnisse auf die Größe der Einkommen läßt sich nun nicht mehr an einem Zwei-Regionen-Modell verdeutlichen, da sich eine Verkehrsverbesserung zwischen zwei Regionen als Strukturveränderung erst im Vergleich zu einer unbeteiligten Region feststellen läßt. Wir wollen deshalb hier eine Volkswirtschaft mit drei Regionen untersuchen.

Wie bereits gesagt, können wir die Verbesserung der Verkehrsbedingungen nur in ihrer Wirkung auf die internen und externen Ausgaberaten kennzeichnen. Durch deren Veränderung ergibt sich für das System eine neue Wachstumsrate. Doch ist diese auch nach der Änderung bis auf geringe anfängliche Abweichungen für alle Regionen gleich. Sie läßt sich auch ohne weiteres aus den entsprechenden Abschnitten über eine Steuerveränderung ableiten. Wir wollen hier auf eine spezielle Wirkung, nämlich auf die Relationen zwischen den einzelnen Einkommen, eingehen.

Nach den mathematischen Grundsätzen, die wir im zweiten Teil erstellten, kann man auf folgende Wirkung von Verkehrsverbesserungen schließen:[2]

Verbessert sich die Verkehrssituation innerhalb einer Region, d.h. steigen die intraregionalen Austauschraten c_{jj} und i_{jj}, so vermindert sich das Einkommen der anderen Regionen, bzw. das Einkommen der Region, die bessere Verkehrsbedingungen erhält, erhöht sich relativ gegenüber den anderen Regionen.

Verbessert sich die Verkehrsleistung zwischen zwei Regionen, so erhöht sich das

---

1) Die weitere Möglichkeit einer inferioren Wirkung wollen wir außer Acht lassen.

2) Vgl. Anhang 7. Kapitel

Einkommen in den beteiligten Regionen relativ zu den Einkommen der dritten Region.

Insgesamt kommen wir zu dem Schluß (das gilt wohl auch für mehr als drei Regionen), daß Verbilligung und Verbesserung der Verkehrsverhältnisse, wenn sie den Handel vermehren, den beteiligten Regionen relative Einkommensgewinne bringen. Wie groß die tatsächlichen Einkommensverschiebungen sind, läßt sich nur von Fall zu Fall für bestimmte Parameter feststellen, ohne daß eine allgemeine Antwort möglich ist.

III. EINFÜHRUNG DES REGIONALEN HAUSHALTSAUSGLEICHS

1. Einbeziehung des regionalen Ausgleichs in das Modell

a) In dem bereits erwähnten Kapitel geht Musgrave auch noch kurz auf die Bedeutung eines ausgeglichenen Staatshaushalts für dieEffizienz der fiskalischen Maßnahmen ein[1]). In der Tat kann man diese Instrumente auch in ihrer regionalpolitischen Bedeutung nur dann beurteilen, wenn man sie als über den Staatshaushalt verknüpftes Bündel von Maßnahmen sieht.

In den meisten Staaten wird der Ausgleich des Staatshaushalts für sehr wichtig angesehen und auch angestrebt, wenn auch häufig die Einnahmen durch die Ausgaben übertroffen werden. Ein solches Haushaltsdefizit muß allerdings früher oder später zu einer Geldentwertung führen, wenn es nicht in seiner Wirkung durch irgendwelche wirtschaftlichen Gegebenheiten (Außenhandelsdefizit etwa) kompensiert wird. In unserem Modell haben wir sowohl eine inflationäre Entwicklung als auch alle außenwirtschaftlichen Einflüsse ausgeschaltet, so daß es wohl begründet erscheint, den Ausgleich des Staatshaushalts als Normalzustand anzusehen. In diesem Abschnitt wollen wir zunächst auf den Sonderfall eingehen, daß nicht nur der gesamte Staatshaushalt, sondern auch die Einnahmen-Ausgaben-Rechnung für jede einzelne Region ausgeglichen ist.

b) Für den Fall des regionalen Staatshaushaltsausgleiches kommt zur Kombination

---

1) Richard A. Musgrave, a.a.O., S. 487

zwischen den beiden Gleichungen (160) und (158) noch die Ausgleichsbedingung:

(163) $$\overrightarrow{\overrightarrow{s}} \cdot \vec{Y}_t = \vec{A}_t \quad .$$

Setzen wir sie ein, so erhalten wir folgende Gleichung

(164) $$\vec{Y}_t = \overrightarrow{\overrightarrow{c}} \cdot (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{s}}) \cdot \vec{Y}_t + \overrightarrow{\overrightarrow{i}} \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{\sigma}}^{-1} \cdot (\vec{P}_{t+1} - \vec{P}_t) + (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{i}} \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{p}}) \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{s}} \cdot \vec{Y}_t$$

die in der Form einer homogenen Matrixgleichung folgendermaßen aussieht:

(165) $$\left[\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{c}} \cdot (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{s}}) - \overrightarrow{\overrightarrow{i}} \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{\sigma}}^{-1} \cdot (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} \cdot \lambda - \overrightarrow{\overrightarrow{1}}) - (\overrightarrow{\overrightarrow{1}} - \overrightarrow{\overrightarrow{i}} \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{p}}) \cdot \overrightarrow{\overrightarrow{s}} \right] \cdot \vec{Y}_t = 0$$

Aus dieser Matrixgleichung kann man die Wurzeln als die Wachstumsfaktoren der Einkommensexpansion, das Niveau des Entwicklungspfades und die Relation zwischen den regionalen Einkommen in ihrer Abhängigkeit von den Steuern und den Staatsausgaben (beide vertreten durch die Variable $\overrightarrow{\overrightarrow{s}}$) und von dem Anteil der Investitionsausgaben an den Gesamtausgaben (vertreten durch die Variable $\overrightarrow{\overrightarrow{p}}$) feststellen.

2. Wirkung auf die Wachstumsfaktoren[1)]

a) Die Instrumente der staatlichen Haushaltspolitik verändern unmittelbar die Glieder der Übergangsmatrix. Infolgedessen werden sie auch die Wachstumsfaktoren beeinflussen. Bleiben wir zunächst bei dem bisher verwendeten Zahlenbeispiel und betrachten lediglich die Veränderung des dominierenden Wachstumsfaktors. Der andere Wachstumsfaktor bleibt in unseren Beispielen immer unter 1 und immer unter der brauchbaren Wurzel, so daß wir ihn hier außerhalb der Betrachtung lassen können

1) Vgl. zum folgenden Anhang 8. Kapitel.

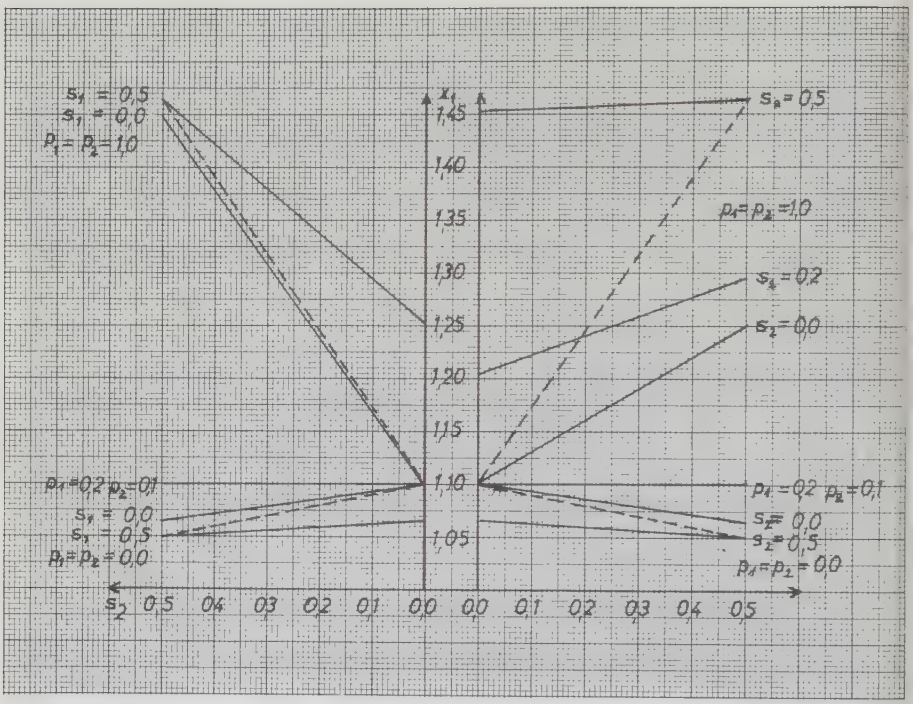

Fig. 7 Beziehung zwischen dem Wachstumsfaktor und dem Steuersatz

Die beiden Quadranten obiger Darstellung entsprechen sich weitgehend. Im 1. Quadranten finden wir die Funktionalbeziehung zwischen dem dominierenden Wachstumsfaktor x_1 und dem Steuersatz s_1 in der Region 1 bei jeweils konstantem Steuersatz s_2; im 2. Quadranten die Funktionalbeziehung zwischen der gleichen Wurzel und dem Steuersatz s_2 bei konstantem Steuersatz s_1. Die unterbrochene Linie gibt den Sonderfall wieder, daß s_1 und s_2, die beiden Steuersätze, immer gleich sind.

Betrachten wir zunächst den Fall, daß der Staat alle seine Einnahmen unproduktiv, also lediglich zur Bildung von Einkommen, nicht aber von neuer Kapazität, wieder ausgibt. In dieser Situation ($p_1 = 0,0$; $p_2 = 0,0$) wird die für beide Regionen gültige Wachstumsrate mit steigendem Steuersatz in einer der beiden Regionen abnehmen.

Der Haushaltsausgleich stellt neben die wachstumsfördernde Wirkung der Steuern die einkommenmindernde der Staatsausgaben. Beide kompensieren sich bis zu

einem gewissen Maß. Allerdings hat die kontraktive Wirkung der Ausgaben die Oberhand, solange sie nur neue Einkommen bilden und nicht zu Investitionen verwendet werden. Werden die Steuern in einer der beiden Regionen erhöht und werden diese Mehreinnahmen in der gleichen Region wieder einkommeneffektiv ausgegeben, so sinkt der Wachstumsfaktor. Werden die Ausgaben dagegen ausschließlich für produktive Zwecke verwendet, steigt also die Kapazität in den beiden Regionen, so überwiegt die expansive Wirkung der Steuern den kontraktiven Effekt der Staatsausgaben um ein vielfaches.

In der Abb. 7 ist dieser Fall in den beiden Quadranten unter $p_1=p_2=1,0$ über dem Ordinatenwert $x_1 = 1,1$ dargestellt. Steigt etwa bei einem konstanten Steuersatz $s_2 = 0,2$ die Steuer in Region 1 von 0,0 auf 0,5 an, so erhöht sich der gemeinsame Wachstumsfaktor der Regionen von 1,21 auf 1,29. Die rot eingezeichneten Linien geben auch hier die Funktion zwischen Wachstumsfaktor und Steuersatz an, wenn der letztere in beiden Regionen gleich ist.

Es muß berücksichtigt werden, daß auch hier noch ein Wachstumsfaktor über 1,2 nicht realistisch ist. Erkennt man einen Grenzwert in dieser Höhe an, so wird man auch zu gewissen maximalen Steuersätzen von vielleicht s = 0,2 kommen. Darüber hinausgehende Steuersätze bewirken ein unrealistisches Wachstum und sind auch, global gesehen, in den modernen Marktwirtschaften kaum anzutreffen.

b) Stellen wir die beiden extremen Ausgabestrukturen einander gegenüber, so stellen wir fest, daß eine Steuererhöhung mit gleichzeitigem regionalen Haushaltsausgleich sowohl expansiv als auch kontraktiv wirken kann, je nachdem, wie die Struktur der Staatsausgaben ist. Zwischen den beiden Extremfällen wird eine Situation sein, bei der keinerlei Wirkung der Steuerveränderung festzustellen ist[1]).

Wie die Struktur der Staatsausgaben sein muß, damit die Wachstumsrate steuerneutral wird, hängt weitgehend von den bestehenden Austauschparametern ab. In unserem Zahlenbeispiel ergibt sich bei $p_1 = 0,2$ und $p_2 = 0,1$ die Situation, die in Abb. 7 durch die Parallele zur Abszisse in Höhe von $x_1 = 1,10$ gegeben ist.

Die Parallelen in den beiden Quadranten bilden somit eine Grenzlinie zwischen einer expansiven und einer kontraktiven Effizienz der Budget-Instrumente.

---

1) Für eine Volkswirtschaft ist dies nach Musgrave der Fall, wenn der Anteil der investiven an den Gesamtausgaben gleich der durchschnittlichen und marginalen Konsumrate in der Volkswirtschaft ist.
Richard A. Musgrave, a.a.O., S. 486

c) Aus der obigen Darstellung kann man bereits schließen, wie sehr die expansive und kontraktive Wirkung der staatlichen Maßnahmen bei ausgeglichenem Haushalt von der Verwendung der Staatseinnahmen abhängt. Wir wollen in einer weiteren Abbildung auch die Veränderung der Ausgabenstruktur in ihrer Wirkung auf den Zuwachsfaktor an unserem Beispiel exemplifizieren. Dazu haben wir unterstellt, daß in beiden Regionen ein Steuersatz von $s_1 = s_2 = 0,2$ erhoben wird und daß die Einnahmen-Ausgaben-Rechnung für beide Regionen ausgeglichen ist.

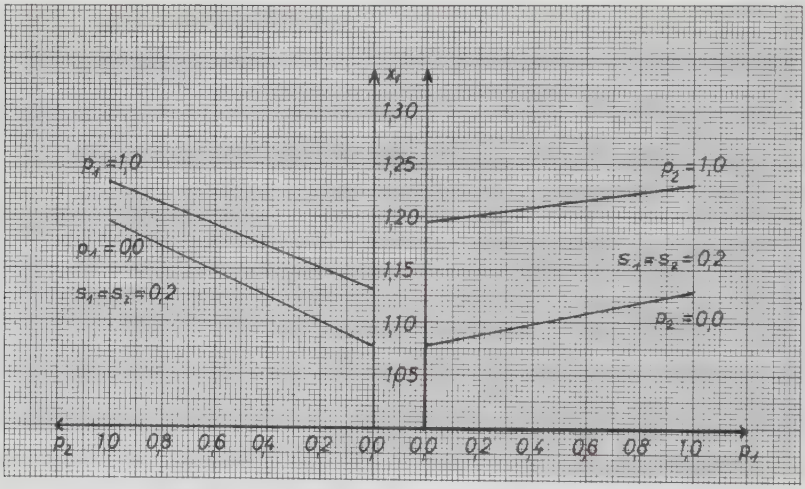

Fig. 8 Beziehung zwischen dem Wachstumsfaktor und der Struktur der Staatsausgaben

Im 1. Quadranten sind die Funktionen zwischen dem dominierenden Wachstumsfaktor und dem produktiven Anteil der Staatsausgaben in Region 1 dargestellt. Erhöht sich dieser produktive Teil, so steigt auch die Wachstumsrate. Im 2. Quadranten der Abbildung ist der gleiche Zusammenhang in einer Funktion zwischen dem Wachstumsfaktor und dem produktiven Teil der Staatsausgaben in Region 2 wiedergegeben.

d) Auf Grund unseres Beispiels kamen wir zu dem Ergebnis, daß der Staat das Wachstum der Regionen bei vollständigem regionalen Haushaltsausgleich auf zweierlei Weise beeinflussen kann. Einmal bewirkt eine Erhöhung des Anteils der investiven Staatsausgaben eine Beschleunigung des Wachstums, zum anderen kann eine Steuererhöhung und damit eine Vergrößerung des Ausgabenvolumens expansiv oder kontraktiv wirken, je nachdem wie die staatlichen Ausgaben strukturiert sind.

Allerdings konnten wir diese Schlußfolgerungen nicht allgemein auf das Zwei-Regionen- oder gar ein Mehr-Regionen-Modell ausdehnen, da wir ja von einer ganz bestimmten Situation, d.h. von gegebenen Austauschquoten, ausgingen. Es wäre durchaus möglich, daß es sich dabei um einen Sonderfall handelte, der nicht stellvertretend für alle anderen Möglichkeiten stehen kann. Die Untersuchung bedarf also einer Ergänzung, welche zeigt, ob und inwieweit die aus dem Beispiel entwickelten Grundsätze als allgemein geltend angesehen werden können.

Zu diesem Zweck müssen wir zu der allgemeinen Matrixgleichung (165) zurückkehren. Wir formen sie etwas um und erhalten für zwei Regionen:

$$(166)\quad \begin{bmatrix} (1-c_{11})\cdot(1-s_1)-\dfrac{i_{11}}{\sigma_1}\cdot(x-1-\sigma_1 p_1 s_1) & -c_{12}\cdot(1-s_2)-\dfrac{i_{12}}{\sigma_2}\cdot(x-1-\sigma_2 p_2 s_2) \\ -c_{21}\cdot(1-s_1)-\dfrac{i_{21}}{\sigma_1}\cdot(x-1-\sigma_1 p_1 s_1) & (1-c_{22})\cdot(1-s_2)-\dfrac{i_{22}}{\sigma_2}\cdot(x-1-\sigma_2 p_2 s_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = 0$$

Es läßt sich nachweisen, daß im Regelfall die beiden Glieder der Hauptdiagonale positiv, die beiden anderen Glieder negativ sind[1].

Gehen wir also von dieser Voraussetzung aus, so ergibt sich für die Volkswirtschaft, die hier aus zwei Regionen besteht, daß eine Erhöhung von p_1 oder p_2, also eine Vergrößerung des Investitionsanteils an den Staatsausgaben, in jedem Fall die dominierende Wachstumsrate steigern wird.

Weit weniger eindeutig ist die Wirkung einer Erhöhung des Steuersatzes. Sie kann sowohl zu einer Verzögerung als auch zu einer Beschleunigung des Wachstums führen. Ganz klar ergibt sich allerdings, daß eine wachstumsfördernde Wirkung einer Steuererhöhung umso wahrscheinlicher ist, je höher p_1 oder p_2 ist, d.h. je mehr von den erhöhten Steuereinnahmen in die Investition der Regionen fließen.

Auch hier läßt sich ein ganz bestimmtes p bestimmen, das Steuerveränderungen

---

1) Der Beweis für die Behauptungen in diesem Abschnitt wird im 8. Kapitel des Anhangs geführt.

wachstumsneutral werden läßt. Doch ist dies erheblich schwieriger zu ermitteln.

e) Nun wäre es noch besonders interessant, diese allgemeinen Schlußfolgerungen auch auf ein Modell mit mehr als zwei Regionen aufzuweiten. Schon bei drei Regionen erfordert die Durchrechnung eines numerischen Beispiels sehr großen rechnerischen Aufwand. Auch die allgemeinen Überlegungen stoßen dort auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Wir müssen uns damit begnügen, ganz analog zu dem Zwei-Regionen-Modell festzustellen, daß die dominierende Wachstumsrate stets in allen Regionen gleich sein wird. Eine Erhöhung der Staatsinvestitionen in einer oder mehreren Regionen wird den Wachstumsfaktor steigern, eine höhere Steuerrate kann je nach den Parametern die Expansion beschleunigen oder verlangsamen.

3. Wirkung auf die Relation zwischen den regionalen Einkommen

a) Wie wir bereits ausführlich darlegten, streben die Einkommen der einzelnen Regionen, deren Entwicklung durch eine Expansionsgleichung bestimmt wird, allmählich einer bestimmten Relation zu, die sie beibehalten, solange die Transitionsmatrix sich nicht ändert. Diese Relation läßt sich bestimmen, wenn man die dominierende Wurzel des Systems in eine Spalte der zur Transitionsmatrix adjungierten Matrix einsetzt. Die einzelnen Glieder der Spalte geben dann die Anteile der Regionen am Gesamteinkommen an.

Diese Gleichgewichtsrelation zwischen den regionalen Volkseinkommen ist abhängig von relativ konstanten Größen wie den regionalen Nachfrageraten nach Konsum- und Investitionsgütern und den Kapitalkoeffizienten, aber auch von manipulierbaren Größen wie dem Steuersatz und der Verwendungsart der staatlichen Einnahmen.

Für die Relation der Einkommen im Zwei-Regionen-Modell gelten zwei allgemeine Bestimungsgleichungen (x_1 ist eine Variable).

$$(167) \qquad R = \frac{c_{21}\cdot(1-s_1) + \frac{i_{21}}{\sigma_1}\cdot(x_1 - 1 - \sigma_1 p_1 s_1)}{(1-c_{22})\cdot(1-s_2) - \frac{i_{22}}{\sigma_2}\cdot(x_1 - 1 - \sigma_2 p_2 s_2)}$$

und

$$(168) \qquad R = \frac{(1-c_{11})\cdot(1-s_1) - \dfrac{i_{11}}{\sigma_1}\cdot(x_1 - 1 - \sigma_1 p_1 s_1)}{c_{12}\cdot(1-s_2) + \dfrac{i_{12}}{\sigma_2}\cdot(x_1 - 1 - \sigma_2 p_2 s_2)}$$

b) Bevor wir ganz allgemein auf die Zusammenhänge zwischen den Instrumenten der Fiskalpolitik und den Einkommensrelationen eingehen, wollen wir einige Besonderheiten an dem gewählten Zwei-Regionen-Beispiel aufzeigen.

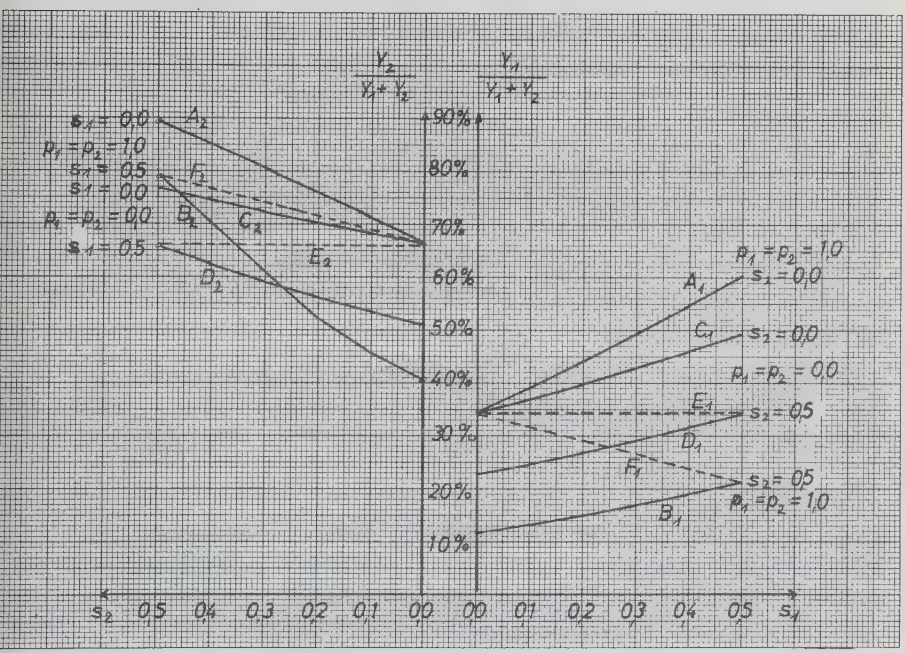

Fig. 9 Beziehung zwischen der Einkommensrelation und dem Steuersatz

In Abb. 9 ist für beide Regionen auf der Ordinate der Anteil des regionalen Einkommens am Gesamteinkommen der Volkswirtschaft, auf der Abszisse der jeweilige regionale Steuersatz angegeben. Im 1. Quadranten stellen die durchgezogenen Linien Funktionen zwischen dem Anteil des Einkommens der Region 1 und dem in dieser Region gültigen Steuersatz bei konstanter Verwendung der Fiskaleinnahmen in beiden Regionen und konstantem Steuersatz in Region 2

dar. Für die Funktionen C_1 und D_1 ist unterstellt, daß in beiden Regionen durch den Staat keinerlei Investitionen getätigt werden. Bei C_1 ist der Steuersatz der Region 2 $s_2 = 0,0$, bei D_1 $s_2 = 0,5$. Die Funktionen A_1 und B_1 entsprechen C_1 und D_1 unter der Voraussetzung, daß in beiden Regionen alle Steuereinnahmen zur Investition verwendet werden. A_1 gilt, wenn $s_2 = 0,0$, B_1 wenn $s_2 = 0,5$ [1]. Diesen vier Funktionen ist gemeinsam, daß der Anteil der Region 1 am gesamten Volkseinkommen mit zunehmendem Steuersatz in dieser Region 1 ebenfalls ansteigt.

Ebenso verhalten sich die entsprechenden Funktionen für die zweite Region im zweiten Quadranten. Der Anteil dieser Region am Gesamteinkommen nimmt mit steigendem Steuersatz zu, solange der Steuersatz in Region 1 konstant bleibt. Geben wir indessen die Voraussetzung des konstanten Steuersatzes in einer Region auf, unterstellen wir etwa, daß der Steuersatz in beiden Regionen gleichmäßig verändert wird, so ist die Wirkung auf die Einkommensrelation nicht eindeutig zu bestimmen. Die beiden Linien E_1 und E_2 stellen die Funktion zwischen den Anteilen am Volkseinkommen und dem für beide Regionen gleichen Steuersatz unter der Annahme $p_1=p_2=0$, F_1 und F_2 unter der Annahme $p_1=p_2=1,0$ dar. Im ersteren Fall bleibt die Einkommensaufteilung unberührt (obwohl die Wachstumsrate sich eventuell verändert), im zweiten Fall verschiebt sich die Verteilung zugunsten von Region 2.

In Abb. 9 ergaben sich je nach der Verwendung der Haushaltsmittel für Investitions- oder Konsumzwecke unterschiedliche Funktionsbeziehungen zwischen der regionalen Einkommensverteilung und den Steuersätzen. Diese Abhängigkeit der Einkommensverteilung von der Ausgabenstruktur ist für unser Beispiel in Abb. 10 wiedergegeben. Die ungebrochenen Linien sind auch hier die Funktionalbeziehungen in der einen Region bei konstant gehaltener Ausgabenstruktur in der anderen Region. Die Kurven A_1 (bei $p_2 = 0,0$) und B_1 (bei $p_2 = 0,5$) haben positive Steigung und deuten damit an, daß durch vermehrte regionale Investitionen der Anteil der Region am Gesamteinkommen verbessert wird.

c) Die Beeinflußbarkeit der regionalen Einkommensverteilung durch Steuern und Ausgabenverwendung ist in Wirklichkeit allerdings nicht so eindeutig wie in dem beschriebenen Beispiel. Um zu einer allgemeinen Lösung zu kommen, kann man aus den zu Anfang des Abschnitts beschriebenen Gleichungen Differentialquotienten ermitteln, die bei einer Analyse zu folgenden Schlüssen führen:

Solange $(1-c_{11}-i_{11}p_1)$ positiv ist, bewirkt eine Erhöhung des Steuersatzes in Re-

1) Vgl. Anhang 9. Kapitel.

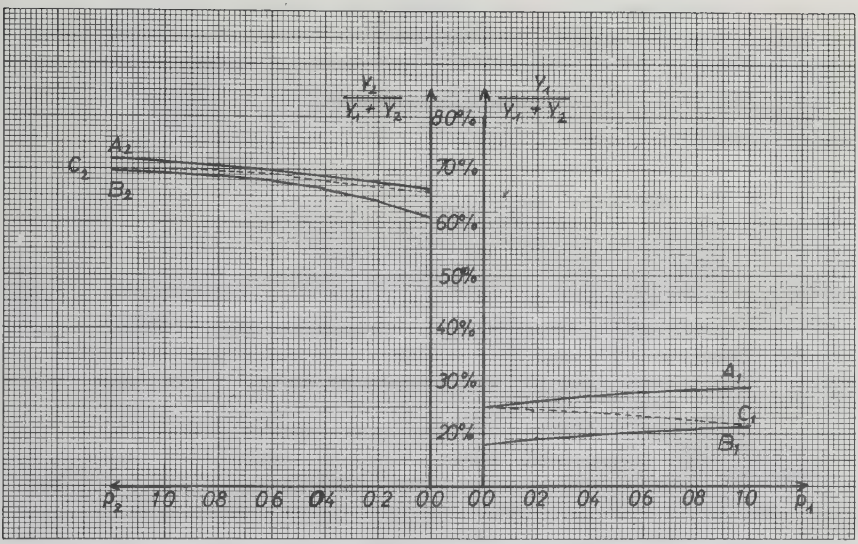

Fig. 10 Beziehung zwischen der Einkommensverteilung und der Struktur der Staatsausgaben

gion 1 bei Konstanz aller anderen Variablen eine Steigerung des Einkommenanteils für Region 1. Trifft diese Voraussetzung nicht zu, so kann die Wirkung auch entgegengesetzt sein. Das entsprechende gilt für Region 2, wobei das Kriterium $1-c_{22}-i_{22}p_2 \gtrless 0$ ist.

Die Veränderung der Ausgabenstruktur zeigt nicht so eindeutige Effekte. Solange die internen Investitionsaustauschraten überwiegen, d.h. solange $i_{11}i_{22} > i_{12}i_{21}$, wird eine Erhöhung der staatlichen Investition in einer Region bei Konstanz in der anderen Region die Einkommensverteilung zu Ungunsten der aktiven Region beeinflussen. Allerdings ist damit gerade der Fall hoher interner und niedriger externer Ausgabequoten für Investitionsgüter getroffen, der im II. Hauptteil als unrealistisch und durch das Modell von Harrod und Domar nicht erfaßbar beschrieben wurde.

Für das Rechenbeispiel wurden die externen Ausgabequoten für Investitionsgüter höher als die internen angesetzt, d.h. $i_{11}i_{22} < i_{12}i_{21}$. In diesem Fall ist die in Abb. 10 dargestellte Wirkung, daß nämlich eine höhere staatliche Investition in einer Region deren Einkommensanteil steigert, zwar möglich, jedoch nicht unbedingt notwendig.

Wir können schließlich versuchen, die Ergebnisse sinngemäß auch auf mehr als zwei Regionen zu übertragen. Die Relationen zwischen den regionalen Einkommen werden sich in der Regel zu Gunsten der steuererhöhenden Regionen verändern. Dagegen ist die Folge einer Strukturänderung der Staatsausgaben nicht ohne weiteres voraussehbar.

IV. EINFÜHRUNG REGIONALER HAUSHALTSDEFIZITE UND -ÜBERSCHÜSSE

1. Einbeziehung von Defiziten und Überschüssen in das Modell

Im letzten Abschnitt haben wir angenommen, daß Einnahmen und Ausgaben des Staatshaushaltes für jede einzelne Region ausgeglichen sind. Es ist in der Realität jedoch nicht ungewöhnlich, daß diese beiden Haushaltsgrößen nicht übereinstimmen. Die Differenz wird dann durch Geldströme ausgeglichen, die Ursprung oder Ziel außerhalb der Regionen haben. Sind die Einnahmen größer als die Ausgaben, so entspricht das einem Abstrom von Geldkapital, besteht dagegen ein Haushaltsdefizit, so muß es durch einen außerregionalen Zuschuß ausgeglichen werden. Dadurch ändert sich die Bedingung für den Staatshaushalt (163) in folgender Weise:

$$\vec{A}_t = \overrightarrow{\overrightarrow{s}} \cdot \vec{Y}_t + \vec{H}_t \tag{169}$$

wobei H positiv für ein Defizit und negativ für einen Überschuß ist.

Die Summe aller regionalen Defizite und Überschüsse in einer Volkswirtschaft kann Null ergeben, positiv oder negativ sein. Über lange Zeiträume, wie wir sie für unser Modell nur betrachten, wird allerdings auf die Dauer weder ein Überschuß, noch ein Defizit möglich sein. Dies hätte nämlich zur Folge, daß sich die Preise über kurz oder lang verändern müßten, da das Geldvolumen weder über den Außenhandel noch über eine Ungleichheit zwischen privatem Sparen und Investieren ausgeglichen werden könnte. Preisänderungen haben wir aber ausgeschaltet. Wir wollen deshalb meist davon ausgehen, daß die Summe aller H gleich Null ist, daß also lediglich ein interregionaler horizontaler Finanzausgleich besteht.

Setzen wir die Bedingung (169) statt (163) ein, so erhalten wir ebenfalls eine Matrix-Gleichung in der Art von (165).

$$(170)\quad \left[\underset{1-c\cdot(1-s)-i\cdot\sigma}{\overset{\rightleftarrows\rightleftarrows\ \rightleftarrows\rightleftarrows\rightleftarrows\rightleftarrows}{}}{}^{-1}\ \underset{(1\cdot\lambda-1)-(1-i\cdot p)\cdot s}{\overset{\rightleftarrows\ \rightleftarrows\rightleftarrows\rightleftarrows}{}}\right]\cdot\overset{\rightarrow}{Y_t}-(1-i\cdot p)\cdot\overset{\rightarrow}{H_t}\ =\ 0$$

2. Wirkung eines autonom festgelegten Finanzausgleichs

Solange die Werte für H autonom festgesetzt werden, im Modell also unabhängig vom Einkommen und deshalb als konstante Daten angesehen werden können, ändert sich nichts an den Wirkungszusammenhängen, die wir bereits untersuchten. Verändern wir dann die Größe der Defizite oder Überschüsse, ohne die Steuersätze oder den Anteil der investiven Staatsausgaben zu erhöhen oder zu senken, so werden weder Wachstumsfaktor noch die Relation zwischen den regionalen Einkommen berührt.

Nur das Niveau des Expansionspfades wird für alle Regionen erhöht oder gesenkt, auch wenn die Summe aller Defizite und Überschüsse nicht von Null abweicht. Diese Wirkung eines für die Gesamtwirtschaft ausgeglichenen Haushalts rührt daher, daß die regionalen, nicht ausgeglichenen Budgets je nach den Austauschparametern und den andern regionalpolitischen Maßnahmen unterschiedlich gewichtet werden müssen.

Für das Zwei-Regionen-Modell ergibt sich diese Gewichtung aus den Gleichungen (218/9), wobei noch die Größe des Steuersatzes und die Verwendung der staatlichen Ausgaben einbezogen wird. Grundsätzlich wird ein erhöhtes regionales Defizit, das einem Geldzustrom entspricht, das Wachstumsniveau senken, während eine Erhöhung eines Überschusses oder ein vermehrter Geldabstrom dem System eine Tendenz zur Erhöhung des Expansionsniveaus gibt.

3. Wirkung eines vom Einkommen abhängigen interregionalen Finanzausgleichs

a) Veränderungen der autonomen Geldkapitalströme können die Expansionsgleichung nur unwesentlich beeinflussen, solange sie konstant gehalten werden; denn diese unveränderlichen Ströme werden bald unbedeutend neben den wachsenden Regionaleinkommen. Unterstellen wir dagegen eine Abhängigkeit zwischen diesen monetären Strömen und den Einkommen der kapital-exportierenden Region, so werden neben dem Entwicklungsniveau auch Wachstumsrate und Relation zwischen den regionalen Einkommen beeinflußt.

In einem Zwei-Regionen-Modell sei H_{21} proportional dem Einkommen der Region 1 und fließe aus diesem Gebiet in die Region 2:

(171) $$H_{21t} = h_{21} \cdot Y_{1t} \cdot$$

Dieser monetäre Strom bedeutet für 1 einen Haushaltsüberschuß, für 2 ein Defizit und führt zu der folgenden abgewandelten Lösungsgleichung:

(172) $$\begin{bmatrix} (1-c_1)(1-s_1) - \frac{i_{11}}{\sigma_1}(x-1-\sigma_1 s_1 p_1) - h_{21}(1-i_{11}p_1+i_{12}p_2) & -c_{12}(1-s_2) - \frac{i_{12}}{\sigma_2}(x-1-\sigma_2 s_2 p_2) \\ -c_{21}(1-s_1) - \frac{i_{21}}{\sigma_1}(x-1-\sigma_1 s_1 p_1) + h_{21}(1+i_{21}p_1-i_{22}p_2) & (1-c_{22})(1-s_2) - \frac{i_{22}}{\sigma_2}(x-1-\sigma_2 s_2 p_2) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = 0$$

b) Welche Wirkung hat eine Veränderung des Faktors h_{21}? Da h_{21} ein Bestandteil der Lösungsmatrix ist, wirkt sich eine Änderung natürlich in der Größe des Wachstumsfaktors aus. Verwenden wir wieder die Zahlen unseres Beispiels und setzen außerdem die regionalen Steuersätze mit $s_1 = s_2 = 0,2$ und die Struktur der Ausgaben mit $p_1 = p_2 = 0,5$ als konstant an, so erhalten wir eine Beziehung zwischen der Wachstumsrate und dem Kapitalstrom, der in der Abb. 11 dargestellt ist.

Je mehr Geldkapital aus der reicheren Region 2 in die ärmere Region 1 [1], bzw. je weniger Geldkapital aus der Region 1 in die Region 2 fließt, umso höher ist der resultierende Wachstumsfaktor. Dies rührt aus der eigentümlichen Konstruktion des Harrod-Domar-Modells her: Das in einer Region vorhandene Geldkapital erhöht die Nachfrage nach Verbrauchsgütern in dieser Region. Um diese Nachfrage zu befriedigen, muß die Produktion oder die Beschaffung von Investitionsgütern aus anderen Regionen zurückstehen. Je mehr Kapital also aus der wachstumsträchtigeren Region 2 in die weniger bedeutende Region 1 abfließt, umso günstiger muß sich dies auf die Gesamtproduktion von Investitionsgütern auswirken und umso höher wird die allgemeine Wachstumsrate sein.

---

1) Die Begriffe "ärmer" und "reicher" gehen aus den für das Model angenommenen Koeffizienten hervor.

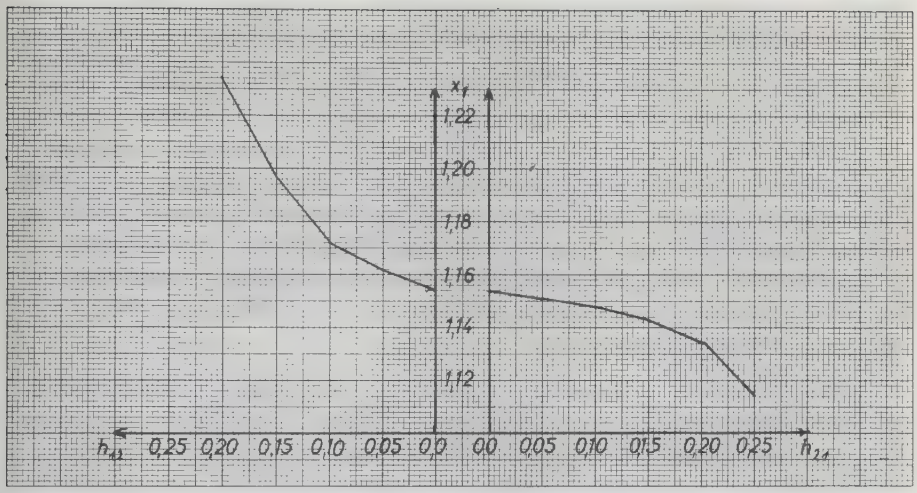

Fig. 11 Beziehung zwischen dem Wachstumsfaktor und dem Geldkapitalstrom zwischen zwei Regionen

c) Aus dem gleichen Grund bewirkt ein solcher interregionaler Kapitalfluß, daß sich das Wachstumsniveau der Kapital gebenden Region erhöht, das der Kapital empfangenden dagegen senkt. Bei einer bestimmten Höhe der Finanztransaktion kann das Wachstumsniveau der Kapital importierenden Region sogar bis auf Null absinken. Zur Illustration seien die Entwicklungsniveaus der beiden Regionen und die Relation zwischen den Einkommen in Abhängigkeit von h_{21} mit den Werten unseres bisher verwendeten Modells dargestellt. W_1 und W_2 sind dabei die Koeffizienten der dominierenden Wachstumsrate in der Expansionsgleichung.

Tab. 5 Beziehungen zwischen dem Niveau der regionalen Einkommen und den regionalen Steuersätzen

h_{21}	0,0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
W_1	83,4	94,3	108,6	128,7	162,2	241,0
W_2	171,8	150,4	123,2	87,3	29,2	-92,4
$R_{2/1}$	2,06	1,59	1,13	0,68	0,18	- 0,38

Je umfangreicher die Finanztransaktionen von Region 1 nach Region 2 sind, desto höher ist das Expansionsniveau in 1 und umso niedriger in 2. Bei $h_{21} = 0,21$ schlägt das Einkommen der Region 2 sogar ins Negative um.

Das Modell ist an einem Punkt angelangt, an dem es allen Erfahrungen zu widersprechen scheint: Je mehr Geldkapital die Region 1 an die Region 2 abgibt, umso höher wird das Wachstumsniveau in Region 1, umso niedriger in Region 2. Diese Wirkung beruht im Modell darauf, daß durch den Abfluß von Einkommen aus Region 1 bei konstanter Konsumrate die Nachfrage nach Konsumgütern zurückgeht. Um den Produktionsausfall auszugleichen, werden mehr Investitionsgüter produziert, und da keine ungenutzten Güter möglich sind, auch eingesetzt. Die größere Kapazität gestattet wiederum höhere Produktion und damit steigt das Wachstumsniveau.

Umgekehrt fließt das Geldkapital in Region 2 zu und wird, auch wenn man es für Investitionen ausgibt, doch wieder zu Einkommen. Damit steigt die Nachfrage nach Konsumgütern und wird auf Kosten der Investitionsgüter befriedigt. Damit können wir in Region 2 weniger Investitionsgüter zur Kapazitätsvermehrung einsetzen. Das Wachstumsniveau geht zurück.

Alle diese Effekte zeigen sich erst nach einem langen Zeitraum. In unserem Modell haben wir sogar nur immer den Zustand zur Kennzeichnung herangezogen, der sich nach $t = \infty$ ergibt. Jede Änderung der Parameter wird wieder völlig neue Ergebnisse bringen.

Mit dieser Betrachtung über die Wirkungen interregionaler Geldkapitaltransaktionen wollen wir die Untersuchung über das Wachstumsmodell abschließen.

V. ANSATZPUNKTE FÜR EIN REGIONALPOLITISCHES ENTSCHEIDUNGSMODELL

1. Theoretische Voraussetzungen

a) Im letzten Hauptteil haben wir versucht, die Zusammenhänge zwischen einigen fiskalischen Maßnahmen und den Wirkungen auf die Einkommensentwicklung der Regionen aufzuzeigen. Nicht immer ließ sich die Effizienz der wirtschaftspolitischen Instrumente eindeutig charakterisieren, so daß wir uns mitunter mit der Beschreibung von Tendenzen begnügen mußten, die sich aus

unserem numerischen Beispiel ergaben. Für ein Entscheidungsmodell ist die Wirkung der einzelnen Maßnahmen indessen gar nicht so wichtig, wenn alle Zusammenhänge in einem umfassenden Gleichungssystem beschrieben sind. Das hier notwendige System ist mit dem bisher verwandten identisch.

Grundlegend für die Behandlung der Entscheidungsmodelle ist das Buch Tinbergens "Economic Policy: Principles and Design"[1]. Allerdings verwendet Tinbergen als Beispiele in der Regel statische Modelle und selbst die beiden als dynamisch bezeichneten haben noch statische Eigenschaften. Tinbergen begründet diese Bevorzugung mit dem Hinweis, daß "decisions have, as a rule, to be taken with respect to relatively short intervals"[2]. Selbst rasch sich verändernde Größen könnten am statischen Modell untersucht werden.

Ein anderer Grund für die Verwendung statischer Entscheidungsmodelle ist wohl die Tatsache, daß meist simultane Gleichungssysteme zur Verfügung stehen. Diese Simultanität erweckt den Eindruck einer ständigen und wirksamen Interdependenz. Ziel und Maßnahme sind gleichzeitig erscheinende, durch ein Gleichgewicht verbundene Variable, aus deren Beziehung auf keine Kausalität geschlossen werden kann. Solche Kausalbeziehungen können weit klarer in einem dynamischen Modell aufgezeigt werden.

Bei Problemen der Regionalpolitik wäre ein statisches Modell völlig fehl am Platze. Meist müssen Jahrzehnte vergehen, ehe sich staatliche Maßnahmen in einer Veränderung der räumlichen Struktur auswirken. Der charakteristische Unterschied zwischen einem statischen und einem evolutorischen Modell liegt in der Einbeziehung der Zeitdimension. Es wird nicht mehr nach der Größe einer Variablen gefragt, sondern nach ihrem Wert zu einem bestimmten Zeitpunkt oder aber zu verschiedenen Zeitpunkten.

Die zeitliche Entwicklung einer Variablen ist eigentlich eine Aneinanderreihung unendlich vieler variablen Werte. Allerdings wird es bei einer gewissen Regelmäßigkeit möglich sein, diese vielen Werte durch einige Größen auszudrücken (Wachstumsrate, Einkommensniveau).

b) Das Wesen eines Entscheidungsmodells sieht Tinbergen in "an inversion of the logic": "The task of ecnonomic analysis is to consider the data (including the means of economic policy) as given or known, and the ecnonomic phenomena and variables (including the aims of ecnomic policy) as unknown. The problem of economic policy considers the aims as given and the means as un-

---

1) Jan Tinbergen, Economic Policy: Principles and Design, Amsterdam 1956
2) Jan Tinbergen, a.a.O., S. 43

known, or at least partly unknown."[1] Diese Inversion bringt besondere Probleme mit sich.

Ein Gleichungssystem ist determiniert, wenn die Zahl der Gleichungen genau mit der Zahl der Unbekannten übereinstimmt. So hat etwa unser System n Gleichungen und n zu bestimmende Einkommenswerte oder eigentlich n von gegebenen Anfangswerten sich entwickelnde Einkommenspfade.

Die Inversion drückt sich nun darin aus, daß verschiedene Kennwerte dieser Einkommensentwicklung als Zielvariable mit bestimmten Werten angenommen werden und statt dessen eine Anzahl von manipulierbaren Variablen unbestimmt gelassen werden. Da das System determiniert bleiben soll, muß die Zahl der Unbestimmten weiterhin mit der Zahl der Gleichungen übereinstimmen. Daraus folgt, daß die angestrebten Zielvariablen und die variierbaren Instrumente in ihrer Zahl übereinstimmen oder aber bei einem Überwiegen der Instrumente entsprechend viele neue Zielvariable eingeführt werden müssen.

Im folgenden wollen wir kurz auf ein einfaches Modell eingehen.

2. Mehrregionales Entscheidungsmodell

a) Es handelt sich um zwei Regionen mit den bisher verwandten Austauschparametern ohne Berücksichtigung der Bevölkerungsbewegung, also um ein System zweier Gleichungen.

Folgende Ziele sollen erreicht werden:

1. Die jährliche Wachstumsrate soll 15 % für beide Regionen werden,

2. in beiden Regionen soll das Einkommen gleich sein.

Beide Ziele sind nicht für ein bestimmtes Jahr vorgesehen, sondern für immer. Dementsprechend müssen wir sie für die Koeffizienten verwenden, die sich aus der dominierenden Wurzel ergeben. Eine Zielvariable, die eine dominierte Wachstumsrate zum Inhalt hat, kann zwar als Grundlage von Berechnungen dienen, hat aber keine konkrete Bedeutung.

Als Instrumentvariable bieten sich an:

1./2. Die Steuersätze in beiden Regionen,
3./4. die Struktur der Staatsausgaben in beiden Regionen,

---

1) Jan Tinbergen, a.a.O., S. 9

5./6. autonome Überschüsse bzw. Defizite des Staatshaushalts in beiden Regionen, darin enthalten die Höhe der Staatsausgaben,
7. ein vom Einkommen abhängiger Finanzausgleich.

Um die Determinierung des Systems nicht zu gefährden, müssen fünf dieser Variablen bestimmt werden:

5./6. Es gibt keine autonomen Budgetüberschüsse oder -defizite,
7. der einkommensabhängige Finanzausgleich soll 10 % vom Einkommen der subventionierenden Region betragen,
2. die Steuersätze in beiden Regionen sind gleich,
4. die Ausgabenstruktur in beiden Regionen ist gleich.

Damit bleiben als Instrumente s und p übrig, die anderen Instrumente wurden teilweise exogen bestimmt, teilweise durch neue Gleichungen ($s_1 = s_2$ und $p_1 = p_2$) dem System angepaßt.

b) Zur Lösung verwenden wir die Gleichung (191). Nach Berücksichtigung der verschiedenen Nebenbedingungen ergibt sich folgende Lösungsgleichung:

$$(173) \qquad \begin{bmatrix} 0,9-0,4s-0,05p+0,3ps-0,6x & 0,7+0,1s+0,8ps-0,8x \\ 1,3+0,2s+0,05p+0,7ps-1,4x & 0,4-0,2s+0,2ps-0,2x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = 0$$

Wir können nun als Ziele x = 1,15 setzen, die adjungierte Matrix bestimmen und in beiden Spalten derselben R(Y) = 1 annehmen. Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich für s und p je zwei Werte bestimmen, von denen aber nur je einer in der Realität möglich ist:

$$s = \underline{0,4144} \text{ und } \quad p = \underline{0,331} \ .$$

Der Steuersatz müßte also in beiden Regionen 41,44 %, die investive Ausgabenverwendung 33,1 % betragen.

Natürlich kann man dieses Modell noch viel weiter variieren, etwa durch die Einführung von Nebenbedingungen für die Steuersätze oder den Finanzausgleich. Auch ließen sich statt der fixierten Ziele flexible annehmen, die man mit Hilfe einer Wohlfahrtsfunktion bestimmen kann.

Doch würde der Ausbau eines mehrregionalen politischen Entscheidungsmodells eine besondere, sehr detaillierte Untersuchung verlangen. Wir wollen deshalb mit dieser Andeutung abbrechen und nur noch in einem Schlußwort einige Anregungen für eine Weiterentwicklung geben.

SCHLUSSBEMERKUNG

Mit dieser kurzen Kennzeichnung eines Ansatzpunktes für ein interregionales Entscheidungsmodell möchte ich schließen. Ich habe es bewußt unterlassen, einen umfassenden Überblick über Möglichkeiten der regionalen Wachstumspolitik zu geben, mich aber bemüht, den zu Anfang abgegrenzten Bereich möglichst kontinuierlich und lückenlos zu beschreiben. Das ist auch der Hauptgrund dafür, daß ich in dieser Schlußbemerkung weniger die Bilanz einer allseitig befriedigend gelösten Aufgabe ziehen kann, sondern vielmehr auf die vielen ungenutzten Möglichkeiten einer Vertiefung und Erweiterung des angeschnittenen Problemkreises hinweisen muß.

Eine Vertiefung könnte vorgenommen werden, wenn man mit Hilfe eines großzügigeren rechnerischen und mathematischen Einsatzes zunächst die für das Zwei-Regionen-Modell gefundenen, meist nur notwendigen Bedingungen durch notwendige und hinreichende Bedingungen ersetzte. Diese wären dann allerdings weit komplizierter und hätten demnach nur geringen Erkenntniswert. Außerdem wäre es möglich, auch für Modelle mit mehr als zwei Regionen exakte Lösungen auch dort zu bestimmen, wo in unserer Untersuchung nur Analogieschlüsse möglich waren.

Wichtiger wäre es jedoch, neben dem aus dem Konzept Harrods und Domars entwickelten Modell, in dem doch einige unrealistischen Elemente enthalten sind, auch noch andere Entwicklungstheorien, wie etwa die Tinbergens oder von Neumanns, in ein Mehr-Regionen-Modell umzuformen.

Die Theorie Tinbergens erlaubt die explizite Einbeziehung anderer Faktoren, vor allem der Arbeit, und operiert mit variablen Faktorproduktivitäten, wodurch das Modell flexibler würde. Das Expansionsmodell von Neumanns, vor allem in der von Morishima angewandten Variante, entspricht in der Form mehr der Input-Output-Analyse und böte damit die Möglichkeit einer detaillierten Sektorbildung.

Allerdings kann man nicht ohne weiteres behaupten, daß diese komplizierteren Modelle bessere Ergebnisse zeitigen müssen als das von uns angewandte Konzept. In ihnen sind unvergleichbar mehr Fehlerquellen verborgen. Bevor eine Entscheidung zu Gunsten eines Modells getroffen werden könnte, müßte die An-

wendbarkeit realen Problemen gegenüber exakt geprüft werden.

Da es sich immer um sehr langfristige Zusammenhänge handelt, sind lange Zeitreihen der politischen Maßnahmen und der regionalen Einkommen erforderlich. Die Prüfung des Modells über einen so langen Zeitraum erlaubt indessen nicht, daß man die Austauschparameter als konstant ansieht, sondern verlangt eine fortwährende Neubestimmung, was wiederum auf Grund einer ständigen statistischen Erfassung des interregionalen Handels erfolgen kann. Eine solche Erhebung fehlt bisher in Deutschland und in den meisten anderen Staaten. Hier wäre ein erster Ansatzpunkt einer konsequenten Regionalpolitik.

Eine zweite grundlegende Aufgabe für Staat und Wissenschaft wäre die Entwicklung von Zielvorstellungen für eine Regionalstruktur, die nicht Gegenstand parteilicher Wahlkampfparolen sein dürfte, da nur eine über Jahrzehnte gleichbleibende politische Konzeption einen Erfolg gewährleisten könnte.

Trotz aller dieser Schwierigkeiten sollte der Zeitpunkt in nicht zu ferner Zukunft liegen, an dem Regierungen oder parteilich ungebundene Institutionen ebenso selbstverständlich Regionalpolitik betreiben, wie heute etwa die Währungspolitik gehandhabt wird.

Wenn die vorliegende Dissertation sich als kleiner Schritt auf dem Weg zu diesem Ziel erweist, würde ich sie bereits als Erfolg ansehen.

ANHANG

Um die vorliegende Arbeit homogen und lesbar zu erhalten, wurde der Versuch unternommen, im eigentlichen Text die allgemeinen Zusammenhänge, die Voraussetzungen und die Ergebnisse der Modelle darzustellen. Alle schwierigen Ableitungen und Beweise wurden in den folgenden Anhang verlegt.

Für das Verständnis der Arbeit ist es nicht notwendig, auch den Anhang zu lesen. Trotzdem ist ein synoptisches Durcharbeiten möglich, da in beiden Teilen die gleiche Reihenfolge beibehalten wurde und über ein Register die zusammengehörigen Abschnitte gefunden werden können.

Vorbemerkungen zur mathematischen Darstellungsweise

Ein wesentlicher Teil der mathematischen Herleitungen beruht auf der Matrizenrechnung. Zur Einführung in diese mathematische Methode gibt es umfangreiche und ausführliche Literatur. Der Verfasser stützte sich im wesentlichen auf folgende Monographien:

R. G. D. Allen: Mathematical Economics, London 1957

A. D. Aitken: Determinants and Matrices, Edinburgh and London, 9th Edition, 1962

W.S. Baumol: Economic Dynamics, New York 1951

J. G. Kemeny - J. R. Snell - G. L. Thompson: Introduction to Finite Mathematics, Englewood Cliffs, N. J. 1956/7

R. Zurmühl: Matrizen. Eine Darstellung für Ingenieure, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958

Soweit zum Verständnis der Matrizenoperationen nicht die ausführliche Schreibweise der einzelnen Matrixglieder erforderlich ist, bedient man sich einer stark verkürzten Symbolschrift, in der Matrizen und Vektoren lediglich durch jeweils ein Zeichen wiedergegeben sind. Die Art dieser Symbolschrift ist allerdings nicht einheitlich. In Deutschland haben sich die Schriftzeichen der deutschen Sütterlin-Schrift durchgesetzt. In der angelsächsischen Literatur findet man dagegen häufig Matrizen und Vektoren durch fettgedruckte lateinische

Buchstaben dargestellt. Beiden Darstellungsweisen ist gemeinsam, daß Matrizen durch große, Vektoren durch kleine Buchstaben wiedergegeben sind. Diese eindeutige Zuordnung war der Hauptgrund für die Wahl einer dritten Darstellungsweise.

Ein Hauptanliegen der vorliegenden Untersuchung ist es, Parallelen zwischen dem Regionalmodell und der üblichen makroökonomischen Theorie zu verdeutlichen. Das läßt sich am einfachsten verwirklichen, wenn die verwendeten Matrizen und Vektoren ähnlich gekennzeichnet sind wie die entsprechenden makroökonomischen Größen. Aus diesem Grund wurde eine Methode angewandt, wie sie in einzelnen physikalischen Lehrbüchern üblich ist: Vektoren sind mit einem Pfeil, Matrizen mit einem Doppelpfeil versehen. So wird etwa der Spaltenvektor der regionalen Einkommen mit

$$\vec{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \cdot\cdot \\ Y_n \end{bmatrix} \tag{1A}$$

gekennzeichnet. Eine Matrix der interregionalen Konsumquoten lautet:

$$\overrightarrow{\overrightarrow{c}} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} \cdots & c_{2n} \\ \cdots\cdots\cdots\cdots & & \\ c_{n1} & c_{n2} \cdots & c_{nn} \end{bmatrix} \tag{2A}$$

Der Doppelpfeil gilt auch für Diagonalmatrizen, die nur in der Hauptdiagonale irgendwelche Werte enthalten, deren andere Elemente aber gleich Null sind. Die Diagonalmatrix der regionalen Steuersätze sieht z.B. folgendermaßen aus:

$$\overrightarrow{\overrightarrow{s}} = \begin{bmatrix} s_1 & 0 \cdots & 0 \\ 0 & s_2 \cdots & 0 \\ \cdots\cdots\cdots & & \\ 0 & 0 \cdots & s_n \end{bmatrix} \tag{3A}$$

Eine Zusammenfassung aller Abkürzungen findet sich auf der nächsten Seite.

Übersicht über die verwendeten Symbole

In der folgenden Tabelle sind alle im Verlauf der Untersuchung vorkommenden Symbole zusammengefaßt. Dabei ist jeweils die zeitlich nicht gekennzeichnete Form angegeben. Soll das Symbol einem bestimmten Zeitpunkt zugeordnet werden, so geschieht dies durch einen indizierten t-Wert.

Die Symbole mit einem Pfeil (Matrizen und Vektoren) beziehen sich immer auf alle Regionen. Bei den übrigen Symbolen ist die betroffene Region im Index angegeben. Fehlt diese Angabe, so ist das Symbol allgemein und ohne Beziehung auf eine besondere Region verwendet.

1. Vektoren

$\vec{A}$	Spaltenvektor der autonomen Staatsausgaben,
$\vec{C}$	Spaltenvektor der Konsumausgaben,
$\vec{dE}$	Spaltenvektor der autonomen Einkommenveränderungen,
$\vec{H}$	Spaltenvektor der Haushaltsüberschüsse und -fehlbeträge,
$\vec{I}$	Spaltenvektor der Investitionsbeträge,
$\vec{P}$	Spaltenvektor der Kapazitäten,
$\vec{Y}$	Spaltenvektor der Einkommen,
$\vec{dY}$	Spaltenvektor der Einkommenveränderungen.

2. Matrizen

$\overrightarrow{\overrightarrow{1}}$	Einheitsmatrix,
$\overrightarrow{\overrightarrow{c}}$	quadratische Matrix der Konsumraten,
$\overrightarrow{\overrightarrow{i}}$	quadratische Matrix der Investitionsraten,
$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}$	allgemeine quadratische Übergangsmatrix, im ersten Hauptteil Matrix der Ausgaberaten,
$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}'$	transponierte Matrix,
$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}^{-1}$	inverse Matrix,
$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}^{*}$	adjungierte Matrix,
$\overrightarrow{\overrightarrow{m}}(x_i)^{*}$	adjungierte Matrix für eine bestimmte Lösung,

$\overleftrightarrow{p}$ Diagonalmatrix der Struktur der Staatsausgaben,

$\overleftrightarrow{s}$ Diagonalmatrix der Steuersätze,

$\overleftrightarrow{\sigma}$ Diagonalmatrix der Kapitalproduktivitäten,

$\overleftrightarrow{\sigma}^{-1}$ Diagonalmatrix der reziproken Kapitalproduktivitäten

3. Sonstige Symbole

A Autonome Ausgaben in der Volkswirtschaft,

A_i autonome Staatsausgaben in der Region i,

A_i^P autonome Staatsausgaben für Investitionszwecke in i,

a (1. Hauptteil) Entfernung zwischen 2 Punkten,

a (2. Hauptteil) Hilfswert: gleiche interne Konsumraten,

B_i Bevölkerung von Region i,

ΔB_i Veränderung der Bevölkerung in Region i,

b Hilfswert: gleiche externe Konsumraten,

b_i (1. Hauptteil und Anhang) Wachstumsrate der Bevölkerung,

C Konsum der Volkswirtschaft,

C_i Konsum in der Region i

C_i^B in der Region i bezogene Konsumgüter,

C_i^P in der Region i produzierte Konsumgüter,

C_{ij} von der Region i nach der Region j gelieferte Konsumgüter,

c Hilfswert: gleiche Konsumraten für alle Regionen,

c_i Konsumrate in Region i,

c_{ij} Konsumrate in Region i für Güter der Region j,

D_{Ki} Dichte der Konsumenten in i,

D_{Pi} Dichte der Produzenten in i,

DE_i Durchschnittseinkommen in Region i,

DE Durchschnittseinkommen der Volkswirtschaft,

dE_i autonome Änderung des Einkommens in i

g Anpassungskoeffizient der Bevölkerung,

H_i Überschuß oder Defizit des Staatshaushalts in i,

H_{ij} staatlicher Kapitalexport von der Region j nach i,

h_{ij} Relation zwischen dem Kapitalexport von j nach i und dem Einkommen in der Region i,

I	Investition in einer Volkswirtschaft,
I_i	Investition in einer Region i,
I_i^B	von der Region i bezogene Investitionsgüter,
I_i^P	in der Region i produzierte Investitionsgüter,
I_{ij}	von der Region i in die Region j gelieferte Investitionsgüter,
i	Hilfswert: gleiche interne Austauschraten für Investitionsgüter,
i_{ij}	Relation zwischen den von i aus j bezogenen Investitionsgütern und dem Einkommen in i,
j	Hilfswert: gleiche externe Austauschraten für Investitionsgüter,
J_i	Hilfskonstante,
ΔK_i	Änderung des Kapitalbestandes in Region i,
k_{ij}	Multiplikatorwirkung in j bei Einkommensänderung in i,
λ	Operator (Beziehung zwischen zwei gleichartigen Werten zu verschiedenen Zeitpunkten),
l_{ij}	Entfernung zwischen Region i und Region j,
M	Import ohne Beziehung auf eine Region,
M^C	Import von Konsumgütern,
M^I	Import von Investitionsgütern,
m_i	Ausgaberate für Güter anderer Regionen in i,
m_{ij}	Ausgaberate für Güter der Region i in Region j,
n	Zahl der Regionen,
P	Produktionskapazität der gesamten Volkswirtschaft,
P_i	Produktionskapazität der Region i,
ΔP_i	Änderung der Produktionskapazität in Region i,
P_{Ci}	Kapazität für die Produktion von Konsumgütern in der Region i,
P_{Ii}	Kapazität für die Produktion von Investitionsgütern in der Region i,
p_i	Struktur der Staatsausgaben in Region i
Q_1	Hilfskonstante,
Q_2	Hilfskonstante,
R_i	Radius einer Idealregion,
R_{ij}	Relation zwischen den Einkommen von Region i und Region j,
RI_i	Reinvestition in der Region i
r_{ij}	Zusammenfassung der Austauschraten für Konsum- und Investitionsgüter bei Lieferung von Region i nach Region j,

s_i	Steuersatz in Region i
σ_i	Kapitalproduktivität in Region i,
T_i	Steuereinnahmen in Region i,
t	Zeit,
U_i	Hilfskonstante,
u_i	Ausgaberate in Region i,
V_i	Hilfskonstante,
v	Kapitalkoeffizient,
W_i	Niveau des Einkommens in Region i,
X	Export ohne Bezug auf eine besondere Region,
X^C	Export von Konsumgütern,
X^I	Export von Investitionsgütern,
X_{ij}	gesamter Güterstrom von Region i nach Region j,
x	Variable im Gleichungssystem,
Y	Einkommen ohne Bezug auf eine Region,
Y_i	Einkommen in der Region i,
dY_i	Änderung des Einkommens in der Region i,
Δ^Y	Änderung des Einkommens ohne Bezug auf eine Region.

1. Bestimmung des theoretischen Güterflußes zwischen zwei idealen Regionen

a) Wir gingen aus von zwei kreisförmigen Regionen, die in eine völlig homogene Fläche eingelagert sind.

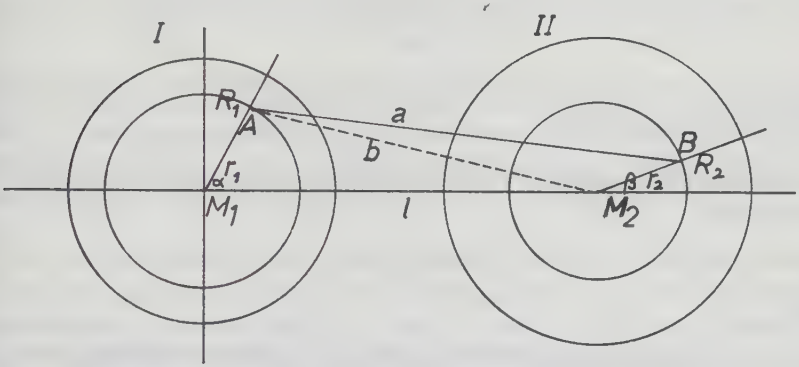

Fig. 12 Idealbild zweier Regionen

Der Güterstrom von einem Punkt der einen Region zu einem Punkt der anderen Region sei einzig abhängig von der geographischen Entfernung zwischen diesen beiden Regionen.

(4 A) $$x = \frac{Q_1}{a}$$

Die Entfernung zwischen A und B ist

(5 A) $$a = \sqrt{r_1^2+b^2-2r_1 b\cos\alpha}$$

$$= \sqrt{r_1^2+r_2^2+1^2-2r_2 1\cdot\cos\beta - 2r_1\cdot\cos\alpha\sqrt{r_2^2+1^2-2r_2 1\cdot\cos\beta}}$$

Wollen wir den gesamten Güterstrom bestimmen, der aus Region 1 in die Region 2 fließt, so müssen nach obiger Methode alle Güterströme von jedem einzelnen Punkt der Region 1 nach jedem Punkt der Region 2 bestimmt und summiert werden. Für die regelmäßige Form der beiden Regionen läßt sich dieser Güterstrom durch ein vierfaches Integral darstellen.

$$(6\,A)\quad \sum x_{12} = \int_0^{R_2} \int_0^{2\pi} \int_0^{R_1} \int_0^{2\pi} \frac{Q_1 \cdot D_{P1} \cdot D_{K2} \cdot r_1 \cdot r_2 \cdot d\alpha \cdot dr_1 \cdot d\beta \cdot dr_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2+1^2-2r_2 1\cos\beta-2r_1\cos\alpha}\sqrt{r_2^2+1^2-2r_2 1\cos\beta}}$$

Die Lösung dieses Integrals ergäbe den gesamten Handelsstrom als Funktion von R_1, R_2 und 1 an. Allerdings handelt es sich dabei um ein sog. elliptisches Integral, dessen Lösung einer normalen geschlossenen Ableitung nicht zugänglich ist.

Wir wollen uns daher mit der Bestimmung zweier Extremfälle, die uns besonders interessieren, begnügen.

b) Wir unterstellen zunächst, die beiden Regionen seien so weit voneinander entfernt, daß

$$(7\,A)\qquad R_1 \ll 1 \quad \text{und} \quad R_2 \ll 1$$

wird.

Da die Entfernungen innerhalb der Regionen nun keinerlei Bedeutung mehr haben, wird in jedem Punkt von 2 die gleiche Menge Güter aus jedem Punkt in 1 abgesetzt, nämlich

$$(8\,A)\qquad x = \frac{Q_1}{l_{12}}$$

wobei Q_1, die Kapazität an jedem einzelnen Punkt, als gleich angenommen werden soll.

Da jeder Konsument in 2 von jedem Produzenten in 1 diese Menge des Gutes erhält, müssen wir die Menge mit der Anzahl der Konsumenten und der Produzenten multiplizieren. Da beide Gruppen vollständig gleich über die jeweilige Region gestreut sind, ergibt sich ihre Anzahl als Produkt der Fläche der betreffenden Region mit der Dichte pro Flächeneinheit. Von 1 nach 2 fließt dann folgende Gütermenge:

$$(9\,A)\quad \sum x_{12} = \frac{Q_1}{l_{12}} \cdot D_{P1} \cdot R_1^2\pi \cdot D_{K2} \cdot R_2^2\pi = Q_1 \cdot \pi^2 D_{P1} \cdot D_{K2} \cdot \frac{R_1^2 \cdot R_2^2}{l_{12}}$$

wobei D_{P1} die Dichte der Produktion in 1 und D_{K2} die Dichte des Konsums in 2 sind.

Das Volkseinkommen in 2 (an jedem Punkt wird gleich viel verdient) beträgt

(10 A) $$Y_1 = Q_2 \cdot D_{K2} \cdot R_2^2 \cdot \pi$$

Q_2 ist hier eine neue Konstante, D_{K2} die Konsumentendichte in der Region 2.

Für die durchschnittliche Importneigung von 2, bezogen auf 1, können wir nun folgenden Wert ausrechnen:

(11 A) $$\frac{\Sigma x_{12}}{Y_2} = \frac{Q_1 \cdot \pi^2 \cdot D_{P1} \cdot D_{K2} \cdot R_1^2 \cdot R_2^2}{Q_2 \cdot l_{12} \cdot D_{K2} \cdot R_2^2 \cdot \pi} = \frac{Q_1}{Q_2} \cdot \pi \frac{R_1^2 \cdot D_{P1}}{l_{12}}$$

Die durchschnittliche Importneigung einer Region, bezogen auf eine andere Region, ist also proportional dem Quadrat des Radius und der Produktionsdichte der liefernden Region (d.h. nichts anderes als der Zahl der Produzenten) und umgekehrt proportional der Entfernung zwischen den beiden Regionen.

c) Wir unterstellen für den zweiten Extremfall, daß es sich um eine einzige Region handelt, daß also die Produzenten der Region an die Konsumenten der gleichen Region liefern. Das bedeutet, daß $l = 0$ und $R_1 = R_2$ ist. Wir können mit diesem Extremfall die interne durchschnittliche Ausgabequote bestimmen. Da alle Lieferströme von und nach außerhalb der Region ausgeklammert werden müssen, ist die Berechnung auch ohne Verwendung des elliptischen Integrals schwierig.

Bei der von der Entfernung abhängigen Absatzfunktion handelt es sich um eine rechtwinklige Hyperbel, deren Assymptoten die Koordinatenachsen sind. Der gesamte Absatz eines Punktes im Raum ergibt sich demnach durch das Volumen des Drehkörpers, der durch die Drehung der Hyperbel um eine senkrechte Achse im Produktionspunkt entsteht.

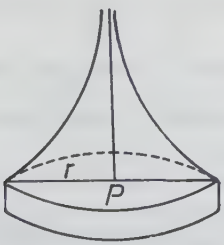

Fig. 13. Dreidimensionale Darstellung des Güterabsatzes aus einem Raumpunkt

Liegt p im Mittelpunkt der kreisförmigen Region, so lassen sich die intraregionalen Absatzmengen durch einen symmetrischen Hyperbolkegel wiedergeben. Befindet sich P aber nicht im Mittelpunkt der Region, so wird durch die Grenzen der Region aus dem gesamten Absatzdrehkörper ein nicht mehr symmetrischer Teil herausgeschnitten. Allerdings läßt sich das Verhältnis zwischen dem Absatz innerhalb und dem außerhalb der Region ohne Anwendung eines elliptischen Integrals nur in grober Annäherung bestimmen. Wir wollen annehmen, daß sich das Volumen des Hyperbelkegels nach dem Verhältnis der Grundflächen aufteilt:

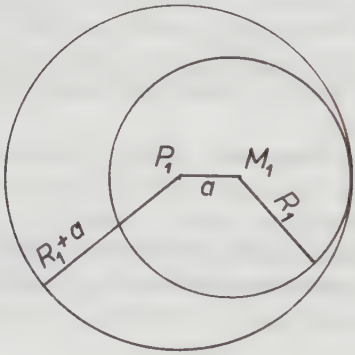

Fig. 14 Ableitung der internen Ausgaberaten

daß also

(12 A) $$x_{inn.} : x_{ges.} = F_{inn.} : F_{ges.} = \pi R^2 : \pi(R+a)^2$$

a ist dabei der Abstand des Punktes P vom Regionalmittelpunkt.

Für den gesamten Absatz eines Punktes in einem Kreis mit dem Radius $R_1 + a$ ergibt sich als Inhalt des Drehkörpers

(13 A) $$x_{ges.1} = 2\pi \int_0^{(R_1+a)} \frac{Q_1 D_{K1}}{a} \cdot a \cdot da = 2\pi Q_1 \cdot D_{K1} \cdot a \Big|_0^{(R_1+a)} = 2\pi Q_1 D_{K1}(R_1+a)$$

und für den Absatz innerhalb der Region

(14 A) $$x_{inn.1} = 2\pi Q_1 D_{K1} (R_1+a) \frac{R_1^2}{(R_1+a)^2} = 2\pi Q_1 D_{K1} \frac{R_1^2}{R_1+a}$$

Die Summe aller Absatzmengen innerhalb der Region ließe sich somit durch folgendes Integral ermitteln:

(15 A)
$$x_{inn.1} = 2 \cdot \pi \cdot a \cdot D_{P1} \cdot \int_0^{R_1} 2 \cdot \pi Q_1 \cdot D_{K1} \cdot \frac{R_1^2}{R_1+a} \cdot da =$$

$$= 4 \cdot \pi^2 \cdot D_{P1} \cdot D_{K1} \cdot R_1^2 \cdot Q_1 \int_0^{R_1} \frac{a \cdot da}{R_1+a} =$$

$$= 4\pi^2 D_{P1} \cdot D_{K1} \cdot R_1^2 \cdot Q_1 \left[a - R_1 \cdot \ln(R_1+a)\right] \Big|_a^{R_1} =$$

$$= 4\pi^2 D_{P1} \cdot D_{K1} \cdot R_1^3 \cdot Q_1 \cdot (1-\ln 2)$$

Um die durchschnittliche interne Ausgabequote zu erhalten, teilen wir diesen intraregionalen Gesamthandel durch das Volkseinkommen

(16 A) $$\frac{\Sigma x_{inn.1}}{Y_1} = u_1 - m_1 = \frac{4\pi^2 \cdot D_{P1} \cdot D_{K1} \cdot Q_1 \cdot R_1^3 (1-\ln 2)}{Q_2 \cdot D_{K1} \cdot R_1^2 \pi} =$$

$$= 4\pi \cdot \frac{Q_1}{Q_2} \cdot D_{P1} \cdot R_1 \cdot (1-\ln 2)$$

Die durchschnittlichen Ausgabeneigungen einer Region stehen somit in folgendem Verhältnis

(17 A) $$(u_i - m_i) : m_{1i} : m_{ki} = 1{,}228 \cdot R_i \cdot D_{Pi} : \frac{R_1^2 \cdot D_{P1}}{l_{i1}} : \frac{R_k^2 \cdot D_{Pk}}{l_{ki}}$$

Da sich die einzelnen durchschnittlichen Ausgaberaten einer Region immer zu 1 ergänzen müssen, können wir somit aus den Ausmaßen der Regionen und der Entfernung zwischen ihnen, sowie der Dichte der Produktionsstätten für unser Modell die durchschnittlichen Ausgaberaten feststellen.

Wir können obige Gleichung noch umformen, indem wir die Produktionskapazität einer Region als Produkt aus Einzelkapazität und Zahl der Produzenten einer

Region ansehen.

(18 A) $$P_i = Q_i \cdot R_i^2 \pi \cdot D_{Pi}$$

Daraus ergibt sich

(19 A) $$(u_i - m_i) : m_{1i} : m_{ki} = \frac{P_i}{0,81 \cdot R_i} : \frac{P_1}{I_{1i}} : \frac{P_k}{I_{ki}}$$

Die externen und die internen Ausgaberaten zweier Regionen lassen sich im Idealfall vollständig gleicher Ausgangsbedingungen als Funktion der Produktionskapazität der liefernden Region und der Transportentfernung von dieser Region, bzw. für die interne Ausgaberate als Funktion der regionalen Größe ansehen. In der Realität sind diese Zusammenhänge oft verwischt.

2. Der Begriff des Wachstumsniveaus

Wir können von der Entwicklungsgleichung (87) ausgehen und die Höhe der beiden regionalen Einkommen in Abhängigkeit von der Zeit halblogarithmisch darstellen. Dabei ergeben sich zwei nach oben gekrümmte Kurven, die sich beide asymptotisch zwei parallelen Geraden annähern.

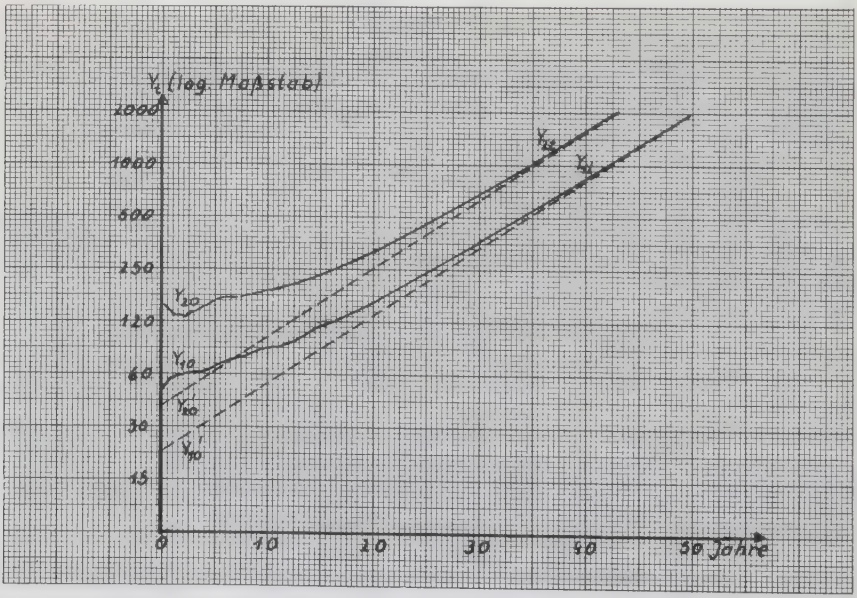

Fig. 15 Entwicklung der regionalen Einkommen in einem Zwei-Regionen-Modell

Die Schnittpunkte der Einkommenskurven mit der Y-Achse sind die Anfangseinkommen Y_{10} und Y_{20}. Die Schnittpunkte der Asymptoten mit der Y-Achse sind die scheinbaren Anfangseinkommen Y'_{10} und Y'_{20}, von denen aus die gleiche Wachstumssituation nach $t = \infty$ erreicht würde, ohne daß irgendeine autonome Störung eingetreten wäre. Diese scheinbaren Anfangseinkommen sind gleich den Koeffizienten der dominierenden Wurzel und sollen als Wachstumsniveau bezeichnet werden.

3. Ausgleich der regionalen Wachstumsrate

Gehen wir aus von dem Beispiel zweier Regionen, das im 2. Hauptteil durchgerechnet wurde, so können wir den Wachstumsfaktor für die Region 1 ganz allgemein folgendermaßen bestimmen:

$$(20\,A) \qquad \frac{Y_{1t+1}}{Y_{1t}} = \frac{V_1 \cdot m^*_{11}(x_1) \cdot x_1^{t+1} + V_2 \cdot m^*_{11}(x_2) \cdot x_2^{t+1} + U_1}{V_1 \cdot m^*_{11}(x_1) \cdot x_1^{t} + V_2 \cdot m^*_{11}(x_2) \cdot x_2^{t} + U_1}$$

V_1, V_2 und U_1 sind Konstante, die wir bereits erklärt haben. $m^*_{11}(x1)$ und $m^*_{11}(x2)$ ist das erste Glied der ersten Zeile in der adjungierten Matrix, einmal bestimmt für die Lösung x_1, beim zweitenmal für die Lösung x_2. Wenn, wie in unserem Beispiel, die dominierende Wurzel x_1 größer ist als 1, so wird der erste Summand in Zähler und Nenner mit steigendem t exponentiell zunehmen. Da x_2 kleiner als x_1, oft sogar kleiner als 1 ist, U_1 aber im Verlaufe der Zeit konstant bleibt, werden die beiden anderen Summanden mit steigendem t in ihrer Bedeutung abnehmen und können schließlich vernachlässigt werden.

Von diesem Zeitpunkt an steigt das Einkommen der Region 1 mit dem Zuwachsfaktor x_1 an. Da sich auch für die anderen Regionen das gleiche beweisen läßt, wird x_1 der gemeinsame Wachstumsfaktor für alle Regionen. Von da an wird auch das Verhältnis zwischen den regionalen Einkommen solange konstant bleiben, bis eine neue exogene Veränderung erfolgt.

4. Bestimmung der Wachstumsraten in einem Modell mehrerer identischer Regionen

Wir gehen aus von dem in Gleichung (68) angeführten Beispiel und ersetzen, entsprechend den Vereinfachungen, alle internen Ausgaberaten für Konsumgüter durch a, für Investitionsgüter durch i und alle externen Ausgaberaten für Konsumgüter durch b, für Investitionsgüter durch j. Über die Determinante dieser quadratischen Matrix lassen sich die Wachstumsraten für das Mehr-Regionen-Modell bestimmen. Wir erhalten folgende Lösungsgleichung:

$$(21\,A)\quad \left\{1-a-\frac{i}{\sigma}(x-1)+(n-1)\cdot\left[-b-\frac{j}{\sigma}(x-1)\right]\right\}\cdot\left\{1-a-\frac{i}{\sigma}(x-1)+b+\frac{j}{\sigma}(x-1)\right\}^{n-1}=0$$

Eliminieren wir alle externen Ausgaberaten durch folgende Werte

$$(22\,A)\qquad b = \frac{c-a}{n-1}$$

und

$$(23\,A)\qquad j = \frac{1-i}{n-1}$$

so läßt sich die Lösungsgleichung abändern:

$$(24\,A)\qquad \left[1-c-\frac{i}{\sigma}(x-1)\right]\cdot\left[-\sigma(1-n-c+an)+(x-1)(1-in)\right]^{n-1}=0$$

Daraus lassen sich folgende n Wurzeln bestimmen:

$$(25\,A)\qquad x_1 = 1+(1-c)\cdot\sigma$$

$$x_{2,3\ldots n} = 1+\frac{\sigma\cdot(1-n-c+an)}{1-ni}$$

Für die Werte c = 0,8, wie sie in dem Beispiel verwendet wurden, sind

$$x_1 = 1{,}2$$

$$x_{2,3\ldots n} = \frac{0{,}2-n\cdot(1-a)}{1-i\cdot n}$$

Die zweite, multiple Lösung ist abhängig von den jeweiligen Werten für n und i und, da sie beim Einsatz in die adjungierte Matrix zu negativen Werten führt, als dominierende Wurzel unbrauchbar.

Solange x_1 die größte Wurzel ist, kann man von gleichgewichtigem Wachstum sprechen. Sobald aber die multiple Wurzel größer als x_1 wird, führt das Wachstum zu negativen Einkommenswerten und macht das Wachstumsmodell für unsere Zwecke unbrauchbar.

Die Grenzen für das Modell sind durch die Bestimmungsgleichung für die multiple Wurzel gegeben.

$$(27\,A) \qquad 1,2 \geq 1 + \frac{\sigma(1 - c - n + a\,n)}{1 - i\,n} \geq -1,2$$

Setzen wir auch hier für $c = 0,8$ und für $\sigma = 1$ ein, so lauten die beiden Grenzbedingungen für reales Wachstum

$$(28\,A) \qquad 1 - a - 0,2i \geq 0,$$

und

$$(29\,A) \qquad 2,4 - n(1 - a + 2,2i) \geq 0$$

Diese beiden Bedingungen sind in Fig. 6 in Abhängigkeit von a und i dargestellt.

5. Die Anwendung der Sturmschen Methode

a) Das Sturmsche Theorem[1] ist ein wirkungsvolles und doch leicht zu handhabendes Hilfsmittel, die reellen Lösungen von Gleichungen höheren Grades mit beliebiger Genauigkeit aufzufinden. Von dem zu untersuchenden Binom werden zunächst die Sturmschen Funktionen bestimmt. Die erste dieser Funktionen ist das Binom selbst:

$$(30\,A) \qquad f_0(x) = x^2 - 1,5x + 0,44$$

Die zweite Sturmsche Funktion ist die erste Ableitung des Binoms:

$$(31\,A) \qquad f_1(x) = 2x - 1,5$$

Die dritte Funktion ist der negative Rest, der sich bei einer Division von $f_0(x)$ durch $f_1(x)$ ergibt:

$$\begin{aligned} f_0(x):f_1(x) &= (x^2 - 1,5x + 0,44) : (2x - 1,5) = 0,5x - 0,375 \\ &\quad \underline{-x^2 + 0,75x} \\ &\qquad -0,75x + 0,44 \\ &\qquad \underline{+0,75x - 0,5625} \\ &\qquad\qquad -0,1225 = \text{Rest} \end{aligned}$$

$$f_2(x) = +0,1225$$

Für unser Beispiel genügen diese drei Funktionen. Bei Gleichungen höherer Ord-

---

1) Vgl. William S. Baumol, Economic Dynamics, a.a.O., S. 231 ff. und Bronstein-Semendjajew, Taschenbuch der Mathematik, 4. Auflage, Frankfurt - Zürich, 1964

nung ergäbe sich $f_3(x)$ als negativer Rest einer Division von $f_1'x)$ durch $f_2(x)$, $f_4(x)$ als negativer Rest einer Division von $f_2(x)$ durch $f_3(x)$ usw. Es zeigt sich deutlich, daß jede weitere Sturmsche Funktion ein Polynom niedrigerer Ordnung als das vorhergehende ist.

b) In diese Funktion läßt sich jeder beliebige reale Wert einsetzen. Im folgenden wollen wir die für unser Beispiel wichtigen Werte in die Sturmschen Funktionen einsetzen:

Tab. 6 Beispiel für den Einsatz der Sturmschen Methode

	x	$f_0(x)$	$f_1(x)$	$f_2(x)$	Vorzeichen-wechsel	Zahl der Wurzeln
1.	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	+ 0,12	2	
2.	- 1,2	+ 3,68	- 3,90	+ 0,12	2	0
3.	- 1,0	+ 2,94	- 3,50	+ 0,12	2	0
4.	- 0,5	+ 1,44	- 2,50	+ 0,12	2	0
5.	- 0,2	+ 0,98	- 1,90	+ 0,12	2	0
6.	0,0	+ 0,44	- 1,50	+ 0,12	2	0
7.	+ 0,2	+ 0,18	- 1,10	+ 0,12	2	0
8.	+ 0,5	- 0,06	- 0,50	+ 0,12	1	1
9.	+ 1,0	- 0,06	+ 0,50	+ 0,12	1	0
10.	+ 1,2	+ 0,08	+ 0,90	+ 0,12	0	1
11.	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	+ 0,12	0	0

In dieser Tabelle nimmt die Zahl der Vorzeichenwechsel mit wachsender Lösung von 2 auf 0 ab. Die Lösungen liegen in den Bereichen

(33 A) $0,2 \leq x \leq 0,5$ und $1,0 \leq x \leq 1,2$

Um über die Tatsache realen Wachstums entscheiden zu können, könnte man sich mit den Feststellungen begnügen, daß

1. in den Bereichen $-\infty \leq x \leq -1,2$ und $+1,2 \leq x \leq \infty$ keine Lösungen liegen
2. im Bereich $1,0 \leq x \leq 1,2$ eine Lösung existiert und daß
3. keine der Lösungen (und damit auch nicht die dominierende Wurzel) im negativen Bereich liegt.

Sollen die Lösungen genauer ermittelt werden, so können die beiden "fündigen"

Bereiche nach der gleichen Methode noch genauer untersucht werden. Die Lösungen sind immer da, wo $f_o(x) = 0$ wird.

6. Die Wirkung der einkommenbildenden Ausgaben auf das Wachstumsniveau

Aus der Austauschmatrix in Gleichung (69) kann man bestimmen, wie sich das Wachstumsniveau unter dem Einfluß der einkommenbildenden Ausgaben verändert. In den beiden totalen Ableitungen für das Wachstumsniveau V_1

$$dV_1 = -J_1\Big\{dA_1\Big[(1-c_{22})\frac{i_{21}}{\sigma_1} + c_{21}\frac{i_{22}}{\sigma_2}\Big] + dA_2\Big[(1-c_{11})\frac{i_{22}}{\sigma_2} + c_{12}\frac{i_{21}}{\sigma_1}\Big] + dA_2\frac{(1-c_{11})(1-c_{22}) - c_{12}c_{21}}{1-x_2}\Big\} \tag{34 A}$$

$$dV_1 = -J_2\Big\{dA_2\Big[(1-c_{11})\frac{i_{12}}{\sigma_2} + c_{12}\frac{i_{11}}{\sigma_1}\Big] + dA_1\Big[(1-c_{22})\frac{i_{11}}{\sigma_2} + c_{21}\frac{i_{12}}{\sigma_2}\Big] + dA_1\frac{(1-c_{11})(1-c_{22}) - c_{12}c_{21}}{1-x_2}\Big\} \tag{35 A}$$

sind J_1 und J_2 normalerweise positive Konstante.

Veränderungen der Größen A_1 und A_2 wirken sich auf jeden Fall negativ auf das Niveau des Wachstums aus. Allerdings bewirkt eine Steigerung von $1-c_{22}$ und c_{21}, d.h. eine Konsumenthaltung in der Region 2 zugunsten des Konsumgüterexports, daß die kontraktive Wirkung von Ausgabenerhöhungen in Region 1 sich für beide Regionen stärker auswirkt. Ebenso kann man in Region 1 durch Senkung von c_{11} und Anhebung von c_{12} die kontraktive Wirkung steigender Ausgaben in Region 1 erhöhen.

Mit anderen Worten: Höhere Konsumausgaberaten in einer Region führen zu einer größeren Effizienz der einkommenbildenden Ausgaben in dieser Region.

7. Wirkung einer Änderung der Austauschparameter auf das Regionaleinkommen

Die relative Höhe des regionalen Einkommens ist aus der Adjungierten der Austauschmatrix zu ersehen. Bilden wir entsprechend der Gleichung (68) die Austauschmatrix für ein Modell dieser Regionen.

$$(36\,A)\quad \overrightarrow{\overleftarrow{m}} = \begin{bmatrix} 1-c_{11} - \frac{i_{11}}{\sigma_1}(\lambda-1) & -c_{12} - \frac{i_{12}}{\sigma_2}(\lambda-1) & -c_{13} - \frac{i_{13}}{\sigma_3}(\lambda-1) \\ -c_{21} - \frac{i_{21}}{\sigma_1}(\lambda-1) & 1-c_{22} - \frac{i_{22}}{\sigma_2}(\lambda-1) & -c_{23} - \frac{i_{23}}{\sigma_3}(\lambda-1) \\ -c_{31} - \frac{i_{31}}{\sigma_1}(\lambda-1) & -c_{32} - \frac{i_{32}}{\sigma_2}(\lambda-1) & 1-c_{33} - \frac{i_{33}}{\sigma_3}(\lambda-1) \end{bmatrix}$$

Für den folgenden Beweis wird statt des Operanden λ die dominierende Wurzel des Modells gesetzt. Unterstellen wir eine normale Entwicklung, so ist $x_1 > 1$, Konsum- und Investitionsrate in jedem Glied der Austauschmatrix mit dem gleichen Vorzeichen versehen. Für den Beweis genügt eine Zusammenfassung der Konsum- und der Investitionsaustauschrate, etwa

$$(37\,A)\qquad r_{ij} = c_{ij} + \frac{i_{ij}}{\sigma_j}(x_1 - 1)$$

Die obige Matrix lautet dann:

$$(38\,A)\qquad \overrightarrow{\overleftarrow{m}} = \begin{bmatrix} 1-r_{11} & -r_{12} & -r_{13} \\ -r_{21} & 1-r_{22} & -r_{23} \\ -r_{31} & -r_{32} & 1-r_{33} \end{bmatrix}$$

Die entsprechende adjungierte Matrix sieht folgendermaßen aus:

$$(39a)\quad \overleftarrow{\overrightarrow{m}}^{*} = \begin{bmatrix} (1-r_{22})(1-r_{33}) - r_{23}r_{32} & r_{21}(1-r_{33}) + r_{23}r_{31} & r_{31}(1-r_{22}) + r_{21}r_{32} \\ r_{12}(1-r_{33}) + r_{13}r_{32} & (1-r_{11})(1-r_{33}) - r_{13}r_{31} & r_{32}(1-r_{11}) + r_{12}r_{31} \\ r_{13}(1-r_{22}) + r_{12}r_{23} & r_{32}(1-r_{11}) + r_{12}r_{31} & (1-r_{11})(1-r_{22}) - r_{12}r_{21} \end{bmatrix}$$

Jede Spalte der Matrix gibt an, wie sich das gesamte Einkommen der Volkswirtschaft nach einem genügend langen Zeitraum des Wachstums auf die einzelnen Regionen verteilt. Die Einsetzung des dominierenden Wachstumsfaktors bewirkt, daß die drei Spalten linear voneinander abhängig sind.

Die adjungierte Matrix in der obigen Form erlaubt uns, ganz allgemein auf den Zusammenhang zwischen den Austauschparametern und der Größe des Regionaleinkommens zu schließen. Aus Spalte 1 ergibt sich z.B., daß eine Senkung von r_{22} die Einkommen der Regionen 1 und 3 gegenüber dem der Region 2 begünstigt. Wir können nun in einem einfachen Schema feststellen, durch welche Veränderung in der adjungierten Matrix welches regionale Einkommen relativ erhöht wird.

Tab. 7 Beziehungen zwischen den regionalen Einkommen und der Kommunikation zwischen den Regionen

	1. Spalte	2. Spalte	3. Spalte	Summe
Y_{1t}	-22, -33 -32, -23	-33, +12 +32, +13	-22, +13 +12, +23	-22, -33 +12, +13
Y_{2t}	-33, +21 +23, +31	-11, -33 -31, -13	-11, +23 +21, +13	-11, -33 +21, +23
Y_{3t}	-22, +21 +32, +31	-11, +32 +31, +12	-22, -11 -21, -12	-11, -22 +31, +32

In der letzten Spalte des Schemas sind die Ergebnisse der drei Spalten zusammengefaßt. Ergab sich etwa in Spalte 1 und Spalte 2, daß eine Senkung von

r_{33} zu einer relativen Steigerung von Y_{1t} führe, so wurde dies als eindeutiges Resultat gewertet. Wurde dagegen Y_{1t} in der ersten Spalte durch sinkendes, in der dritten Spalte durch ein steigendes r_{23} begünstigt, so wurde das Resultat als unbestimmt betrachtet und nicht in die Summierung einbezogen.

Natürlich ist dieses Vorgehen nicht ohne Einschränkung hinzunehmen. Es kann ja durchaus sein, daß dort, wo wir eine eindeutige Wirkung sehen, ein weitaus geringerer Anstoß vorhanden ist, als bei einer scheinbar unbestimmten Wirkung Für den realen Fall kann die quantitive Analyse nicht ersetzt werden. Doch kann man mit Hilfe des Schemas sehr wohl auf Tendenzen schließen.

Unterstellen wir, daß eine Änderung der Austauschraten z.B. über eine Verbesserung oder Verschlechterung der Verkehrswege erreicht werden kann, so können wir sagen: Verbessert sich die Verkehrssituation innerhalb einer Region (etwa +11), so vermindert sich das Einkommen der anderen Regionen, bzw. das Einkommen der betreffenden Region erhöht sich relativ. Verbessert sich die Verkehrsleistung zwischen zwei Regionen (etwa +12 und +21), so erhöht sich das Einkommen der beiden beteiligten Regionen relativ gegenüber dem der dritten Region.

8. Die Beeinflussung des Zuwachsfaktors des Einkommens durch die Fiskalpolitik

a) Die Lösungsgleichung für das Zwei-Regionen-Modell sieht folgendermaßen aus:

$$(40\,A)\qquad \begin{bmatrix} 1-c_{11}(1-s_1) - \dfrac{i_{11}}{\sigma_1}(x-1) - (1-i_{11}p_1)s_1 & -c_{12}(1-s_2) - \dfrac{i_{12}}{\sigma_2}(x-1) + i_{12}p_2s_2 \\ -c_{21}(1-s_1) - \dfrac{i_{21}}{\sigma_1}(x-1) + i_{21}p_1s_1 & 1-c_{22}(1-s_2) - \dfrac{i_{22}}{\sigma_2}(x-1) - (1-i_{22}p_2s_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = 0$$

Setzen wir die in unserem Zwei-Regionen-Beispiel verwendeten Werte der Parameter ein, so kommen wir zu einer Matrixgleichung, in der die Wachstumsfak-

toren durch die Steuersätze s und die Struktur der Staatsausgaben p bestimmt werden. Während im Text die Zusammenhänge graphisch angedeutet wurden, sollen hier die entsprechenden Tabellen angefügt werden.

Schalten wir zunächst völlig die Investitionsausgaben des Staates aus ($p_1 = p_2 = 0$) und vergleichen wir nur die Wirkung der Steuern und einkommenbildenden Ausgaben bei regionalem Haushaltsausgleich.

Tab. 8 Beziehungen zwischen dem Wachstumsfaktor und den Steuersätzen bei verbrauchsorientierten Staatsausgaben

s_1 \ s_2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0	1,100 0,400	1,095 0,431	1,089 0,463	1,083 0,495	1,076 0,528	1,068 0,562
0,1	1,094 0,430	1,090 0,460	1,084 0,492	1,079 0,523	1,072 0,556	1,065 0,589
0,2	1,089 0,459	1,085 0,489	1,080 0,520	1,075 0,551	1,069 0,583	1,063 0,615
0,3	1,082 0,490	1,079 0,519	1,074 0,550	1,070 0,580	1,064 0,612	1,059 0,643
0,4	1,075 0,521	1,072 0,550	1,069 0,579	1,064 0,610	1,060 0,640	1,055 0,671
0,5	1,067 0,553	1,065 0,581	1,062 0,610	1,058 0,629	1,054 0,670	1,050 0,700

Mit steigendem Steuersatz sinkt also der dominierende Wachstumsfaktor (jeweils obere Zeile) und steigt der zweite Wachstumsfaktor.

Anders ist es, wenn alle Staatsausgaben in Form von Investitionen getätigt werden. Bei $p_1 = p_2 = 1$ und regionalem Haushaltsausgleich ergeben sich folgende Wachstumsfaktoren:

Tab. 9 Beziehungen zwischen dem Wachstumsfaktor und den Steuersätzen bei investitionsorientierten Staatsausgaben

s_1 \ s_2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0	1,100 0,400	1,149 0,477	1,210 0,542	1,281 0,597	1,366 0,638	1,458 0,672
0,1	1,123 0,451	1,165 0,535	1,220 0,606	1,288 0,664	1,368 0,710	1,458 0,746
0,2	1,148 0,500	1,185 0,589	1,233 0,667	1,295 0,731	1,371 0,781	1,459 0,819
0,3	1,176 0,546	1,208 0,640	1,251 0,723	1,304 0,796	1,375 0,852	1,461 0,891
0,4	1,207 0,584	1,235 0,687	1,269 0,799	1,316 0,858	1,380 0,920	1,461 0,965
0,5	1,250 0,620	1,267 0,729	1,293 0,829	1,331 0,917	1,387 0,987	1,462 1,038

Es zeigt sich, daß die kontraktive Wirkung der einkommenvermehrenden Ausgaben durch die staatlichen Investitionen nicht nur ausgeglichen, sondern sogar überkompensiert werden. Von einer investiven Verwendung der Steuern gehen also zusätzliche expansive Effekte aus.

Zwischen diesen beiden Situationen muß es Werte für p_1 und p_2 geben, bei denen das Instrument des Steuersatzes neutralisiert wird. Diese lassen sich für das Zwei-Regionen-Modell mit Hilfe folgender Formeln ermitteln:

$$(41\,A) \qquad p_1 = \frac{(1-c_{11})\left[1-c_{22}-\frac{i_{22}}{\sigma_2}(x_1-1)\right]-c_{21}\left[c_{12}+\frac{i_{12}}{\sigma_2}(x_1-1)\right]}{i_{11}\left[1-c_{22}-\frac{i_{22}}{\sigma_2}(x_1-1)\right]+i_{21}\left[c_{12}+\frac{i_{12}}{\sigma_2}(x_1-1)\right]}$$

$$(42\,A) \qquad p_2 = \frac{(1-c_{22})\left[1-c_{11}-\frac{i_{11}}{\sigma_1}(x_1-1)\right]-c_{12}\left[c_{21}+\frac{i_{21}}{\sigma_1}(x_1-1)\right]}{i_{22}\left[1-c_{11}-\frac{i_{11}}{\sigma_1}(x_1-1)\right]+i_{12}\left[c_{21}+\frac{i_{21}}{\sigma_1}(x_1-1)\right]}$$

Für das gewählte Beispiel sind $p_1 = 0,2$ und $p_2 = 0,1$.

b) Der Wachstumsfaktor läßt sich natürlich auch lediglich durch die Ausgabestruktur beeinflussen. In der folgenden Tabelle wurde ein konstanter Steuersatz von $s_1=s_2=0,2$ unterstellt und p_1 und p_2 variiert:

Tab. 10 Beziehungen zwischen dem Wachstumsfaktor und der Struktur der Staatsausgaben

p_1 \ p_2	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,0	1,080 0,520	1,100 0,540	1,122 0,558	1,144 0,576	1,169 0,591	1,194 0,606
0,2	1,090 0,530	1,110 0,550	1,132 0,576	1,153 0,587	1,176 0,604	1,201 0,619
0,4	1,102 0,538	1,120 0,560	1,140 0,580	1,162 0,598	1,185 0,615	1,209 0,631
0,6	1,113 0,547	1,131 0,569	1,150 0,590	1,171 0,609	1,193 0,627	1,216 0,644
0,8	1,124 0,556	1,142 0,578	1,160 0,600	1,180 0,620	1,202 0,638	1,224 0,656
1,0	1,136 0,564	1,153 0,587	1,171 0,609	1,190 0,630	1,211 0,649	1,233 0,667

Eine Erhöhung der Investitionsausgaben bewirkt trotz Konstanz des gesamten Ausgabevolumens, daß sich der dominierende, aber auch der zweite Wachstumsfaktor erhöhen.

c) Die Tabellen bauen natürlich nur auf der speziellen Situation auf, die durch die Parameter gegeben ist. Die gefundenen Wirkungen können keinesfalls als allgemein gültig angenommen werden.

Um wenigstens über das Zwei-Regionen-Modell einige allgemeine Aussagen zu gewinnen, wollen wir die oben angegebene Lösungsmatrix etwas umformen und durch kürzere Symbole darstellen:

$$(43\,A)\quad \overleftarrow{\overrightarrow{m}} = \begin{bmatrix} (1-c_{11})(1-s_1) - \dfrac{i_{11}}{\sigma_1}(x_1 - 1 - p_1 s_1 \sigma_1 & -c_{12}(1-s_2) - \dfrac{i_{12}}{\sigma_2}(x_1 - 1 - p_2 s_2 \sigma_2) \\ -c_{21}(1-s_1) - \dfrac{i_{21}}{\sigma_1}(x_1 - 1 - p_1 s_1 \sigma_1) & (1-c_{22})(1-s_2) - \dfrac{i_{22}}{\sigma_2}(x_1 - 1 - p_2 s_2 \sigma_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -B \\ -C & D \end{bmatrix}$$

Die Adjungierte dieser Lösungsmatrix

$$(44\,A)\qquad \overrightarrow{\overleftarrow{m}}^{*} = \begin{bmatrix} +D & +B \\ +C & +A \end{bmatrix}$$

gibt für die dominierende Wurzel durch die Glieder ihrer Spalten die Relation zwischen den beiden regionalen Einkommen an:

$$(45\,A)\qquad \frac{Y_{2t}}{Y_{1t}} = \frac{C}{D} = \frac{A}{B}$$

Da wir den Fall negativer Einkommen als sinnlos ausgeschlossen haben, müßten die Glieder A und B, sowie C und D zumindest paarweise das gleiche Vorzeichen aufweisen. In der Regel werden alle vier Ausdrücke positiv sein.

Aus der Lösungsmatrix läßt sich bestimmen, wie der dominierende Wachstumsfaktor durch eine Änderung von p_1 beeinflußt wird:

$$\frac{dx_1}{dp_1} = \frac{s_1 i_{21} B + s_1 i_{11} D}{\frac{i_{21}}{\sigma_1} B + \frac{i_{12}}{\sigma_2} C + \frac{i_{11}}{\sigma_1} D + \frac{i_{22}}{\sigma_2} A} = \tag{46 A}$$

$$= \frac{\sigma_1 s_1}{1 + \frac{\sigma_1 (i_{12} C + i_{22} A)}{\sigma_2 (i_{21} B + i_{11} D)}}$$

Es läßt sich leicht erkennen, daß der Differentialquotient in der Regel positiv sein wird. Auch eine vom Normalfall abweichende Konstellation der Parameter wird dies kaum verändern können. Das bedeutet, daß der dominierende Wachstumsfaktor mit Erhöhung der staatlichen Investitionen in der Regel zunehmen wird. Zu einem entsprechenden Ergebnis kommen wir auch, wenn wir p_2 verändern.

Schwieriger ist es, in gleicher Weise die Effizienz einer Steueränderung festzustellen. Der Differentialquotient lautet hier:

$$\frac{dx_1}{ds_1} = \frac{-(1-c_{11} i_{11} p_1) D + (c_{21} + i_{21} p_1) B}{\frac{i_{21}}{\sigma_1} B + \frac{i_{12}}{\sigma_2} C + \frac{i_{11}}{\sigma_1} D + \frac{i_{22}}{\sigma_2} A} = \tag{47 A}$$

$$= \frac{\sigma_1 p_1 - \frac{(1-c_{11}) D - c_{21} B}{\frac{i_{11}}{\sigma_1} D + \frac{i_{21}}{\sigma_1} B}}{1 + \frac{\sigma_1 (i_{12} C + i_{22} A)}{\sigma_2 (i_{21} B + i_{11} D)}}$$

Der Nenner dieses Bruches ist auch hier als positiv anzusehen. Über den Zähler läßt sich dagegen keine eindeutige Aussage machen. Allerdings läßt sich doch immerhin sagen, daß der Zähler und somit der ganze Differentialquotient umso wahrscheinlicher positiv sein wird, je größer p_1 und σ_1 sind. Bei einem bestimmten Wert für p_1 wird der Differentialquotient gleich Null, d.h. eine Änderung des Steuersatzes s_1 wird den Wachstumsfaktor nicht beeinflussen. Das gleiche gilt für den Steuersatz in Region 2.

9. Wirkung auf die Relation zwischen den regionalen Einkommen

a) Die Relationen zwischen den regionalen Einkommen streben im Verlaufe der Entwicklung einem bestimmten Grenzwert zu, solange sich nicht irgendwelche Parameter ändern. Dieser Grenzwert ergibt sich aus der Adjungierten der Lösungsmatrix und ist abhängig von den gegebenen Parametern des Modells, aber auch von den Instrumenten der Fiskalpolitik. In den folgenden Tabellen ist das Verhältnis $R = Y_{2t}:Y_{1t}$ in Abhängigkeit von diesen Instrumenten für das Beispiel zweier Regionen dargestellt.

Zunächst seien auch hier $p_1 = p_2 = 0$

Tab. 11 Beziehungen zwischen der Einkommensrelation und den Steuersätzen bei verbrauchsorientierten Staatsausgaben

s_1 \ s_2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0	1,89	2,07	2,29	2,58	2,92	3,42
0,1	1,72	1,89	2,09	2,34	2,65	3,12
0,2	1,56	1,71	1,89	2,13	2,44	2,85
0,3	1,39	1,53	1,69	1,89	2,16	2,54
0,4	1,22	1,34	1,48	1,66	1,89	2,22
0,5	1,03	1,14	1,26	1,42	1,61	1,89

und $p_1 = p_2 = 1$

Tab. 12 Beziehungen zwischen der Einkommensrelation und den Steuersätzen bei investitionsorientierten Staatsausgaben

s_1 \ s_2	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,0	1,89	2,40	3,12	4,12	5,61	7,78
0,1	1,62	2,04	2,68	3,61	4,96	6,95
0,2	1,33	1,70	2,27	3,07	4,28	6,12
0,3	1,03	1,39	1,88	2,56	3,73	5,21
0,4	0,81	1,10	1,48	2,06	3,00	4,49
0,5	0,68	0,84	1,15	1,59	2,38	3,68

In beiden Fällen bewirkt eine Steuererhöhung in Region 1, daß sich die Einkommensrelation zu Gunsten von Region 1, eine Steuererhöhung in Region 2 zu Gunsten von Region 2 verändert. Allerdings ist die steuerliche Effizienz bei weitem größer, wenn die Haushaltsmittel nur für Investitionszwecke ausgegeben werden. Das zeigt sich auch, wenn bei Steuersätzen von $s_1 = 0,2$ und $s_2 = 0,1$ die Struktur der Staatsausgaben in beiden Regionen verändert wird.

Tab. 13 Beziehungen zwischen der Einkommensrelation und der Struktur der Staatsausgaben

p_1 \ p_2	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
0,0	1,89	2,03	2,18	2,34	2,51	2,69
0,2	1,82	1,95	2,12	2,28	2,40	2,58
0,4	1,76	1,89	2,04	2,18	2,34	2,50
0,6	1,71	1,82	1,96	2,10	2,28	2,40
0,8	1,64	1,77	1,89	2,03	2,18	2,33
1,0	1,58	1,72	1,83	1,97	2,10	2,27

Sobald eine der beiden Regionen mehr Haushaltsmittel für Investitionen ausgibt, steigt ihr Anteil am Gesamteinkommen.

b) Um die allgemeinen Zusammenhänge zwischen Einkommensrelation und den Instrumenten der Fiskalpolitik im Zwei-Regionen-Modell festzustellen, wollen wir von den allgemeinen Bestimmungsgleichungen für die Einkommensrelation ausgehen.

(48 A)
$$R = \frac{c_{21}(1-s_1) + \frac{i_{21}}{\sigma_1}(x_1 - 1 - \sigma_1 p_1 s_1)}{(1-c_{22})(1-s_2) - \frac{i_{22}}{\sigma_2}(x_1 - 1 - \sigma_2 p_2 s_2)}$$

und

(49 A)
$$R = \frac{(1-c_{11})(1-s_1) - \frac{i_{11}}{\sigma_1}(x_1 - 1 - \sigma_1 p_1 s_1)}{c_{12}(1-s_2) + \frac{i_{12}}{\sigma_2}(x_1 - 1 - \sigma_2 p_2 s_2)}$$

Die beiden Gleichungen enthalten als zusätzliche Variable noch die dominierende Wurzel x_1. Aus beiden Gleichungen läßt sich der Differentialquotient dR/ds_1

bestimmen:

$$(50\,A) \qquad \frac{dR}{ds_1} = \frac{1}{B^2}\left[-(c_{21} + i_{21}p_1)D + \left(\frac{i_{21}}{\sigma_1}D + \frac{i_{22}}{\sigma_2}C\right)\frac{dx_1}{ds_1}\right]$$

und

$$(51\,A) \qquad \frac{dR}{ds_1} = \frac{1}{D^2}\left[-(1-c_{11} - i_{11}p_1)B - \left(\frac{i_{11}}{\sigma_1}B + \frac{i_{12}}{\sigma_2}C\right)\frac{dx_1}{ds_1}\right]$$

Da A, B, C und D auch hier wieder als positiv gelten können, lassen sich die folgenden Zusammenhänge ableiten:

Solange $\frac{dx_1}{ds_1} < 0$ ist nach Gleichung (234) $\frac{dR}{ds_1} < 0$

Solange $\frac{dx_1}{ds_1} > 0$ ist nach Gleichung (235) $\frac{dR}{ds_1} < 0$, wenn

außerdem die Bedingung $1-c_{11}-i_{11}p_1 > 0$ gilt. Trifft die letzte Bedingung nicht zu, so kann der Differentialquotient positiv sein.

Das bedeutet, daß die Relation $R = Y_{2t}:Y_{1t}$ sich bei Erhöhung von s_1 in den meisten Fällen zu Gunsten von Region 1 verschiebt.

c) Weniger eindeutig ist die Wirkung einer Veränderung der Ausgabenstruktur. Bei der Bestimmung des Differentialquotienten läßt sich dx/dp_1 eliminieren, so daß wir folgende Gleichung erhalten:

$$(52\,A) \qquad \frac{dR}{dp_1} = \frac{s_1}{s_2} \cdot \frac{i_{11}\,i_{22}\,B\,C - i_{21}\,i_{12}\,D\,A}{D^2\left(\frac{i_{11}}{\sigma_1}B + \frac{i_{12}}{\sigma_2}A\right) + B^2\left(\frac{i_{21}}{\sigma_1}D + \frac{i_{22}}{\sigma_2}C\right)}$$

Der Quotient kann sowohl positiv als auch negativ sein. Entscheidend ist dabei die Größe des Zählers. Da A, B, C und D positiv sind, hängt das Vorzeichen des Differentialquotienten im wesentlichen von den Investitionsausgaberaten ab. Solange $i_{11} \cdot i_{22} > i_{12}\,i_{21}$, ist wahrscheinlich, daß eine Erhöhung von p_1 auch R erhöht, also die Relation zu Ungunsten von Region 1 beeinflußt. Ist dagegen $i_{11}\,i_{21} > i_{12}\,i_{21}$, ist die entgegengesetzte Wirkung wahrscheinlicher. Letzten Endes wird man hier immer auf den konkreten Fall abheben müssen.

Ableitung des Bevölkerungsgleichgewichts

In einem n-Regionen-Modell gelten folgende n-1 Gleichungen, wenn wir unterstellen, daß die Durchschnittseinkommen durch Bevölkerungswanderung ausgeglichen werden.

$$\frac{Y_1}{B_1 + \Delta B_1} = \frac{Y_i}{B_1 + \Delta B_i}$$

$$\frac{Y_2}{B_2 + \Delta B_2} = \frac{Y_i}{B_i + \Delta B_i} \qquad (53\,A)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\frac{Y_n}{B_n + \Delta B_n} = \frac{Y_i}{B_i + \Delta B_i}$$

Außerdem müssen sich alle Bevölkerungsbewegungen zu Null ergänzen.

$$\Delta B_1 + \Delta B_2 + \Delta B_3 + \ldots + \Delta B_i + \ldots + \Delta B_n = 0 \qquad (54\,A)$$

Setzen wir die obigen Gleichungen in die letzte ein, so erhalten wir:

$$B_i = Y_i \frac{\sum B_j}{\sum Y_j} - B_i \qquad (55\,A)$$

Mit dieser Ableitung möchte ich die Untersuchung abschließen.

LITERATURVERZEICHNIS

1. Monographien

Aitken, A.C.	Determinants and Matrices, Edinburgh and London 1962
Allen, Roy G.D.	Mathematical Economics, London 1957
Baumol, William J.	Economic Dynamics, 2nd ed. New York 1959
Böventer, Edwin von	Theorie des räumlichen Gleichgewichts, Tübingen 1962
Brandt, Karl	Struktur der Wirtschaftsdynamik, Frankfurt 1962
Bronstein, I.N. Semendjajew, K.A.	Taschenbuch der Mathematik, 4. Auflage, Frankfurt-Zürich 1964
Chipman, John S.	The Theory of Inter-Sectoral Money Flows and Income Formation, Baltimore 1951
Clark, John Maurice	Strategic Factors in Business Cycles, New York 1934
Domar Evsey D.	Essays in the Theory of Economic Growth, New York - Oxford 1957
Frazer, R.A. Duncan, W.J. Collar, A.R.	Elementary Matrices and some Applications to Dynamic and Differential Equations, New York 1946
Haavelmo, Trygve	A Study in the Theory of Economic Evolution (Contribution to Economic Analysis, 3), Amsterdam 1957
Hall, Challis A. jr.	Fiscal Policy for Stable Growth, New York 1960
Hamberg, Daniel	Principles of Growing Economy, New York 1961

Harrod, Roy F.	Towards a Dynamic Economy, London - New York 1948 (Reprinted)
Henn, Rudolf	Über dynamische Wirtschaftsmodelle, Stuttgart 1957
Isard, Walter	Location and Space Economy, New York 1956 (2. Druck 1960)
Isard, Walter	Methods of Regional Analysis: An Introduction to Regional Science, New York - London 1960
Johnson, Harry G.	International Trade and Economic Growth, London 1956
Kemeny, John G. Snell, J. Laurie Thompson, Gerald L.	Introduction to Finite Mathematics, Engle Wood Cliffs/N.J. 1956/7
Keynes, John Maynard	Allgemeine Theorie der Beschäftigung, des Zinses und des Geldes, München und Leipzig 1936
Kindleberger, Charls P.	International Economics, Homewood/Ill. 1958
Kuznets, Simon	Income and Wealth of the United States. Trends and Structures (Income and Wealth Series II), Cambridge/Mass. 1952
Lange, Oskar	Some Observations on Input-Output Analysis, Sankhya 1957
Lefeber, Louis	Allocation in Space. Production and Industrial Location, Amsterdam 1958
Leontief, Wassily	Studies in the Structure of the American Economy, New York 1953
Lundberg, Erik	Studies in the Theory of Economic Expansion, New York 1955
Machlup, Fritz	International Trade and the National Income Multiplier, Philadelphia 1943
Musgrave, Richard A.	The Theory of Public Finance, New York - Toronto - London 1959

Ohlin, Bertil	Interregional and International Trade, Harvard University Press, Cambridge/Mass. 1933
Ott, Alfred E.	Einführung in die dynamische Wirtschaftstheorie, Göttingen 1963
Paulsen, Andreas Bickel, Wilhelm Irmler, Heinrich Bombach, Gottfried Schmölders, Günter	Finanz- und währungspolitische Bedingungen stetigen Wachstums, Berlin 1959
Ringleb, Friedrich	Mathematische Formelsammlung, Berlin 1960
Samuelson, Paul A.	Foundations of Economic Analysis, Cambridge/Mass. 1948
Schneider, Erich	Einführung in die Wirtschaftstheorie, III. Teil, 4. Aufl., Tübingen 1957
Schumann, Jochen	Die Sektoranalyse als Instrument konjunkturtheoretischer Untersuchungen, Berlin 1959
Svennilson, Ingvar	Growth and Stagnation in the European Economy, Genf 1954
Tinbergen, Jan	Economic Policy: Principles and Design, Amsterdam 1956
Tinbergen, Jan	The Design of Development, Baltimore 1958
Tinbergen, Jan Bos, H.C.	Mathematical Models of Economic Growth, New York - San Francisco - Toronto - London 1962
Zeitel, Gerhard	Die Steuerlastverteilung in der Bundesrepublik Deutschland, Tübingen 1959
Zurmühl, Rudolf	Matrizen. Eine Darstellung für Ingenieure, Berlin-Göttingen-Heidelberg 1958

2. Artikel aus Zeitschriften

Alexander, John W.	The Basic-Nonbasic Concept of Urban Economic Functions. In: Economic Geography, Bd. 30, 1954
Allen, Roy G. D.	The Structure of Macro-Economic Models. In: Economic Journal, Bd. 70, 1960
Andrews, Richard B.	Mechanics of Urban Economic Base. In: Land Economics, Bd. 29-31, 1953-56
Ara, Kenjiro	The Aggregation Problem in Input-Output-Analysis. In: Econometrica, Bd. 27, 1959
Arrow, Kenneth Chenery, H.B. Minhas, Bagicha Solow, R. M.	Capital-Labour Substitution and Economic Efficiency. In: Review of Economics and Statistics, Bd. 43, 1961
Bear, Donald V.T.	A Multi-Sector Model of Balanced Growth. In: Review of Economics and Statistics, Bd. 43, 1961
Bergstrom, A.R.	A Model of Technical Process, the Production Function and Cyclical Growth. In: Econometrica, Bd. 29, 1962
Bhagwati, Jagdish	International Trade and Economic Expansion. In: American Economic Review, Bd. 48, 1958
Bombach, Gottfried	Optimales Wachstum und Gleichgewichtswachstum. In: Schriften des Vereins für Socialpolitik N.F., Bd. 27, 1962
Bombach, Gottfried	Zur Theorie des wirtschaftlichen Wachstums. In: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 70, 1953/I
Brems, Hans	Constancy of the Proportionate Equilibrium Rate of Growth. Result or Assumption. In: Review of Economic Studies, Bd. 24, 1957
Brems, Hans	How Induced is Induced Investment? Review of Economics and Statistics. Bd. 36, 1955
Brems, Hans	The Foreign Trade Accelerator and the International Transmission of Growth. In: Econometrica, Bd. 24, 1956

Chipman, John S.	Professor Goodwin's Matrix Multiplier. In: Economic Journal, Bd. 60, 1950
Chipman, John S.	The Generalized Bi-System Multiplier. In: Canadian Journal of Economics and Political Science. Bd. 15, 1949
Chipman, John S.	The Multi-Sector Multiplier. In: Econometrica, Bd. 18, 1950
Daly, M. C.	An Approximation to a Geographical Multiplier. In: Economic Journal Bd. 50, 1940
Dhrymes, Phoebus J.	A Multisectoral Model of Growth. In: Quarterly Journal of Economics, Bd. 76, 1962
Eisner, Robert	Underemployment Equilibrium Rates of Growth. In: American Economic Review, Bd. 42, 1952
Frankel, Marvin	The Production Function: Allocation and Growth. In: American Economic Review, Bd. 52, 1962
Giersch, Herbert	Akzelerationsprinzip und Importneigung. In: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 70, 1953/I
Goodwin, R.	The Multiplier as Matrix. In: Economic Journal, Bd. 59, 1949
Gurley, J.C.	Fiscal Policy in a Growing Economy. In: Journal of Political Economy, Bd. 61, 1953
Hamberg, Daniel	Full Capacity Versus Full Employment Growth. In: Quarterly Journal of Economics, Bd. 66, 1952
Harrod, Roy F.	An Essay in Dynamic Economics. In: Economic Journal, Bd. 49, 1939
Henn, Rudolf	Makroökonomische Expansionsmodelle. Von Neumannsche Interpretation einiger Wachstumsmodelle. In: Unternehmensforschung 1962
Hogan, Warren P.	Technical Progress and Production Functions. In: Review of Economics and Statistics. Bd. 40, 1954
Hoyt, Homer	Homer Hoyt on the Concept of the Economic Base. In: Land Economics, Bd. 30, 1954

Isard, Walter	Current Development in Regional Analysis. In: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 69, 1952/II
Isard, Walter	Interregional Analysis and Regional Development. Regional Commodity Balances and Interregional Commodity Flows. In: American Economic Review, Papers and Proceedings, Bd. 43, 1953
Johansen, Leif	Substitution Versus Fixed Production Coefficients in the Theory of Economic Growth: A Synthesis. In: Econometrica, Bd. 27, 1959
Jorgensen, Dale W.	Stability of the Dynamic Input-Output-System. In: Review of Economic Studies, Bd. 28(2), 1961
Kaldor, Nicholas	A Model of Economic Growth. In: Economic Journal, Bd. 67, 1957
Kemeny, John G. Morgenstern, Oskar Thompson, Gerald L.	A Generalization of the von Neumann Model of the Expanding Economy. In: Econometrica, Bd. 24, 1956
Lange, Oskar	The Theory of Multiplier. In: Econometrica, Bd. 11, 1943
Leontief, Wassily Strout, A.	Multiregional Input-Output-Analysis, Paper Presented of International Conference on Input-Output Techniques, Genf 1961
Metzler, Lloyd A.	A Multiple Region Theory of Income and Trade. In: Econometrica, Bd. 18, 1950
Metzler, Lloyd A.	Stability of Multiple Markets: The Hicksian Conditions. In: Econometrica, Bd. 13, 1945
Metzler, Lloyd A.	Three Lags in the Circular Flow of Income. In: Income, Employment and Public Policy, Essays in Honor of Alvin H. Hansen, New York 1948
Meyer, John R.	Regional Economics: A Survey. In: American Economic Review, Bd. 53, 1963
Moore, F.T.	Regional Economic Reaction Paths. In: American Economic Review, Papers and Proceedings, Bd.45, 1955

Morishima, Michio	Economic Expansion and the Interest Rate in Generalized von Neumann Models. In: Econometrica, Bd. 28, 1960
Neff, Phillip	Interregional Cyclical Differentials: Causes, Measurement, and Significance. In: American Economic Review, Papers and Proceedings, Bd. 39, 1949
Neumann, John von	A Model of General Economic Equilibrium. In: Review of Economic Studies, Bd. 13, 1945-46
Ott, Alfred E.	Produktionsfunktion, technischer Fortschritt und Wirtschaftswachstum. In: Einkommensverteilung und wirtschaftlicher Fortschritt, Schriften des Vereins für Socialpolitik N.F., Bd. 17, 1959
Pfouts, R. W.	An Empirical Testing of the Economic Base Theory. In: Journal of the American Institute of Planners, Bd. 23, 1957
Phelps Brown, E. H.	The Meaning of the Fitted Cobb-Douglas-Function. In: Quarterly Journal of Economics, Bd. 71, 1957
Ravenstein, E. G.	The Laws of Migration. In: Journal of the Statistical Society, Bd. 48, 1885 und Bd. 52, 1889
Reder, M. W.	An Alternative Interpretation of the Cobb-Douglas Function. In: Econometrica. Bd. 11, 1943
Robertson, Dennis H.	Saving and Hoarding. In: Economic Journal, Bd. 43, 1933
Samuelson, Paul A.	A Fundamental Multiplier Identity. In: Econometrica, Bd. 11, 1943
Samuelson, Paul A.	Dynamic Process Analysis. In: A Survey of Contemporary Economics, Bd. 1, 1949
Smith, Paul E.	Markov Chains, Exchange Matrices, and Regional Development. In: Journal of Regional Science, Bd. 3, 1961

Smith, Warren L.	Monetary-Fiscal Policy and Economic Growth. In: Quarterly Journal of Economics, Bd. 71, 1956
Solow, R. M.	A Contribution to the Theory of Economic Growth. In: Quarterly Journal of Economics, Bd. 70, 1956
Solow, R. M.	Technical Change and the Aggregate Production Function. In: Review of Economics and Statistics, Bd. 39, 1957
Solow, R. M.	The Production Function and the Theory of Capital. In: Review of Economic Studies, Bd. 23 (2), 1955/56
Solow, R. M. Samuelson, Paul A.	Balanced Growth under Constant Returns to Scale. In: Econometrica, Bd. 21, 1953
Tiebout, Charles M.	Exports and Regional Economic Growth. In: Journal of Political Economy, Bd. 64, 1956
Tinbergen, Jan	Zur Theorie der langfristigen Wirtschaftsentwicklung. In: Weltwirtschaftliches Archiv, Bd. 55, 1942/I
Valvanis-Vail, Stefan	An Econometric Model of Growth: U.S.A. 1869 - 1953. In: American Economic Review, Bd. 45, 1955
Verdoorn, P. J.	Complementarity and Long-Range Projections. In: Econometrica, Bd. 24, 1956
Vining, Rutledge	The Region as a Concept in Business Cycle Analysis. In: Econometrica, Bd. 14, 1946
Zabel, Edward	A Multi-Sectoral Study of Economic Growth. In: Economica, Bd. 29, 1962

3. Gutachten

Wissenschaftlicher Beirat beim Bundeswirtschaftsministerium	Gutachten vom Januar 1955 bis Dezember 1956, Göttingen 1957

Lebenslauf

Am 21. Februar 1936 wurde ich als Sohn des Malermeisters Karl Klimesch und seiner Ehefrau Martha, geb. Nagl, in Zwittau/ Sudentenland geboren.

Ich besuchte die Volksschule in Troppau/Sudentenland und nach der Aussiedlung in Buxheim/Bayern. Von 1947 bis 1956 war ich an der Oberrealschule in Ingolstadt/Donau eingeschrieben und erhielt dort das Reifezeugnis.

Von 1957 bis 1961 studierte ich an der Universität Tübingen Volkswirtschaft und bestand im Mai 1961 die Diplomprüfung. Nach einem kurzen Aufenthalt in den Vereinigten Staaten wurde ich Verwalter einer Assistentenstelle am Lehrstuhl für Volkswirtschaftslehre Prof. Dr. Norbert Kloten der gleichen Universität.

Mit dem 1. Januar 1964 schied ich aus dieser Tätigkeit aus und wurde von der I.B.M. Deutschland in Sindelfingen für die Laufbahn eines Spezialisten für Datenverarbeitung eingestellt.

Meine akademischen Lehrer waren die Professoren Erich Arndt, Karl Brandt, Günter Dürig, Rudolf Johns, Norbert Kloten, Woldemar Koch, Hero Moeller, Hans Peter, Dieter Pohmer, Ludwig Raiser, Heinrich Strecker, Gerhard Zeitel.

Fotodruck PRÄZIS · Tübingen